

# ÜBER DEN $\beta$ -EFFEKT ZUR VERÄNDERUNG DES MEERESNIVEAUS

Norijuki Iwata

*Received April 7, 1960*

## Zusammenfassung

Die Charakteristik der Meeresniveausveränderung an der Küste Japans ist zuerst gegeben. Weil sie planetarischen Charakter hat, untersucht der Verfasser sie durch einfaches Modell zu erklären, indem er die Randbedingung an der Küste in Betracht zieht.

## Einleitung

Nimmt man den eintägigen Mittelwert des Meeresniveaus, so kann man praktisch Gezeitenbewegung fallen lassen. Abb. 1 zeigt einige Exemplare von denen, die aus Beobachtung vom Pegel an der Küste Japans gerechnet werden. (Shoji, D. und Watanabe, R., 1959). Dabei ist der Einfluß des atmosphärischen Druckes durch die statische Beziehung beiseitegebracht. Aus denen ist es erstens zu bemerken, daß das Phänomen überall ähnlichen Charakter hat. Also sind die vorherrschenden Perioden außer "Hatsijo" etwa eine Woche bis ein Monat. Die Amplitude bleibt in gleicher Größenordnung für alle Wellen. Zweitens ist die Phase der Wellen an jeder Küste (des pazifischen bzw. japanischen Meeres) einander fast gleich. Es sieht sogar aus, daß die Welle mit sehr großer Geschwindigkeit von Nordost nach Südwest längs der Küste fortschritt. Daraus folgt, daß sie den Charakter der planetarischen Welle hat, weil sie so lange Wellenlänge haben muß, daß man den Effekt der Veränderung der Coriolis-Beschleunigung nicht mehr vernachlässigen kann. Dabei bemerkt man auch, daß der Einfluß der Meeresströmung gering ist, weil die Welle an der südlichen Küste, wo es starke "Kuroshio" gibt, keinen bemerkenswerten Unterschied zeigt im Vergleich mit der Welle an der östlichen bzw. japanischen Küste, wo es schwache Strömung gibt.

Auf der Insel "Hatsijo" ist es etwas anders. Dort zeigt Wasserniveau zwar die Periode von einer Woche bis zwei Monate, aber die Wellenamplitude der längeren Periode (1 bis 3 Monate) ist sehr groß im Vergleich zu denen der kürzeren Periode (1 bis 2 Woche), deren Größenordnung mit denen, die an der Küste Japans beobachtet werden, gleich ist. Auch ist es zu beachten, daß die Wellenphase der größeren Periode fast umgekehrt ist im Vergleich zu der Welle an der Küste mit gleicher Periode. Für die Welle der kürzeren Periode ist der Phasenunterschied nicht deutlich zu bemerken. Die Beob-

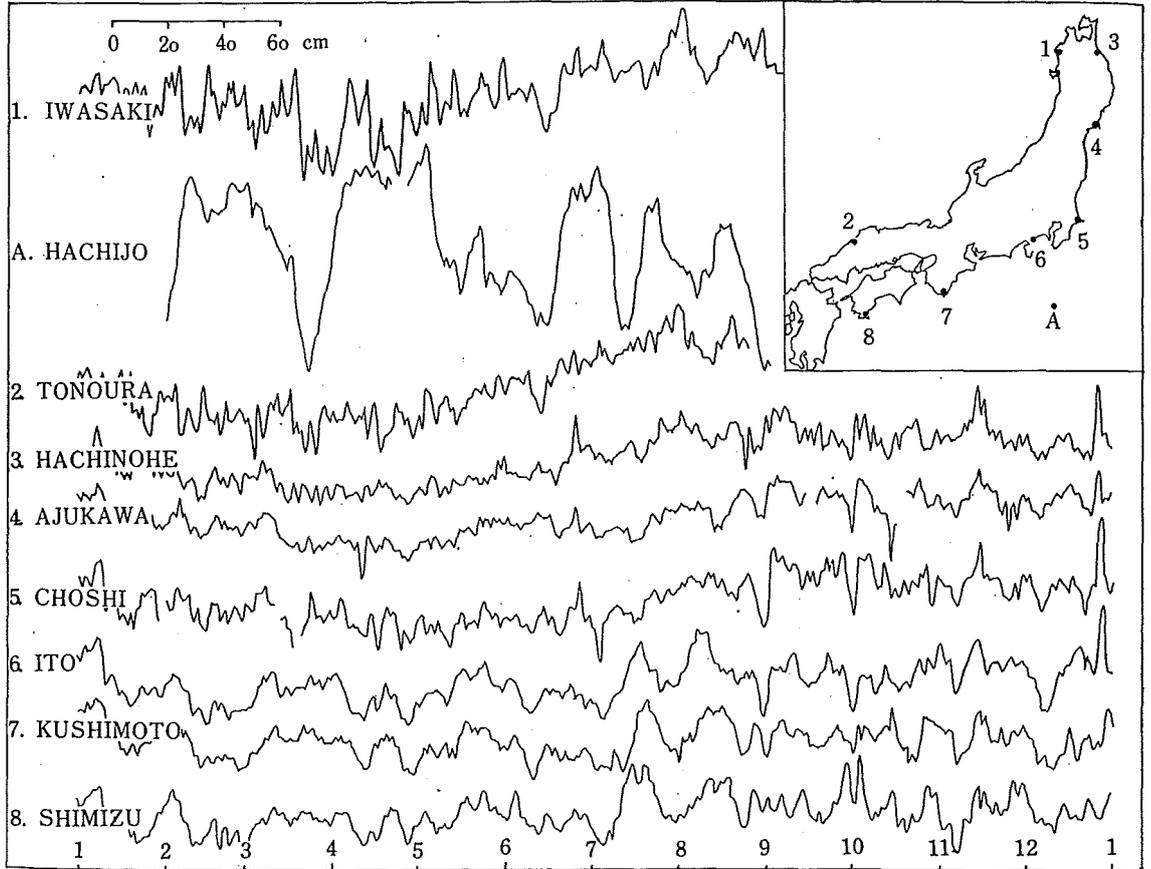


Abb. 1: Exemplare der Meeresniveausveränderung an der Küste Japans.  
(von Shoji, D und Watanabe, R)

bachtung zeigt auch, daß die Welle der längeren Periode schritt fort von Südwest nach Nordwest längs der Küste mit der kleineren Phasengeschwindigkeit.

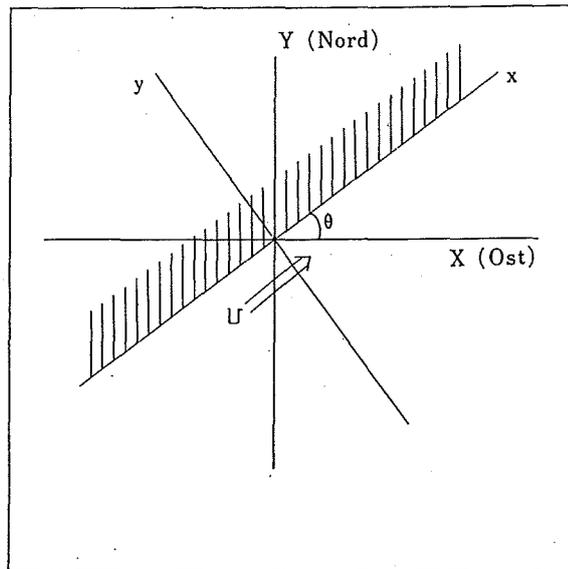


Abb. 2: Orientierung des Koordinatensystems und Grundströmung.

1. Grundgleichung

Nehmen wir x-achse längs der Küste nach Nordosten, y-achse senkrecht dazu nach Nordwesten und z-achse aufwärts. Im homogenen Meer ist die potentielle Wirbelstärke konservativ:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\zeta + f}{D} \right) = 0 \quad (1.1)$$

Durch folgende geostrophische Annäherung:

$$u = -\frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad v = \frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$\zeta = \frac{g}{f} \nabla^2 \eta$$

haben wir die Störungsgleichung:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla^2 \eta + \beta \left(\cos \theta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial \eta}{\partial y}\right) - \mu^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

wobei

$$u = U + u, \quad v = v, \quad \beta = \frac{df}{dy}, \quad \mu^2 = \frac{f^2}{gD}$$

$$f = 2\omega \sin(\text{geographische Breite})$$

ist. Dabei ist es zu beachten, daß  $f$  nicht nur von  $y$ , sondern auch von  $x$  abhängig ist.

Als die Lösung nehmen wir folgende Welle an

$$\eta = \eta e^{-imy} e^{i(lx + \omega t)} \quad (1.3)$$

Sie schritt fort längs der Küste nach Südwesten mit der Phasengeschwindigkeit  $(\omega/l)$ .

Setzt man Gl.(1.3) in Gl.(1.2) ein, so ergibt sich

$$\omega = \frac{\beta(l \cos \theta + m \sin \theta) - l(l^2 + m^2)U}{l^2 + m^2 + \mu^2} \quad (1.4)$$

$$c = \frac{\omega}{l} = \frac{\beta \left(\cos \theta + \frac{m}{l} \sin \theta\right) - (l^2 + m^2)U}{l^2 + m^2 + \mu^2} \quad (1.5)$$

Die Gruppengeschwindigkeit nimmt die Form

$$G = \frac{(m^2 + \mu^2 - l^2)c - 2l^2U - \beta \frac{m}{l} \sin \theta}{l^2 + m^2 + \mu^2} \quad (1.6)$$

an.

## 2. Randbedingung

Durch die quasigeostrophische Annäherung lautet die Bewegungsgleichung wie folgt:

$$v = \frac{g}{f} \left[ \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{f} \frac{\partial^2}{\partial t \partial y} - \frac{U}{f} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right] \eta \quad (2.1)$$

Jetzt denken wir uns Summe von zwei verschiedenen Wellen

$$\eta = \eta_1 e^{-im_1 y} e^{i(l_1 x + \omega_1 t)} + \eta_2 e^{-im_2 y} e^{i(l_2 x + \omega_2 t)} \quad (2.2)$$

Die Randbedingung  $[v]_{y=0} = 0$  liefert uns die Beziehungen

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega, \quad l_1 = l_2 = l$$

$$\eta_1 = \left(\frac{\omega + lU}{f} m_1 - il\right) = -\eta_2 \left(\frac{\omega + lU}{f} m_2 - il\right) \quad (2.3)$$

Damit nimmt Gl.(2.2) die Form

$$\eta = \eta_1 e^{i(lx + \omega t)} \left( e^{-im_1 y} - \frac{\left( \frac{\omega + lU}{f} m_1 - il \right)}{\left( \frac{\omega + lU}{f} m_2 - il \right)} e^{-im_2 y} \right) \quad (2.4)$$

an. Schreibt man den reellen Teil, so ergibt sich

$$\eta = |\eta_1| \sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \{(m_2 - m_1)y - \delta\}} \times \cos(lx + \omega t + \gamma) \quad (2.5)$$

wobei

$$\alpha^2 = \frac{1 + \left( \frac{c+U}{f} m_1 \right)^2}{1 + \left( \frac{c+U}{f} m_2 \right)^2} \quad (2.6)$$

$$\delta = \tan^{-1} \left[ \frac{c+U}{f} m_1 \right] - \tan^{-1} \left[ \frac{c+U}{f} m_2 \right] \quad (2.7)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left[ \frac{\eta_{1i}}{\eta_{1r}} \right] - \tan^{-1} \frac{\sin m_1 y + \alpha \sin(\delta - m_2 y)}{\cos m_1 y - \alpha \cos(\delta - m_2 y)} \quad (2.8)$$

ist.

### 3. Numerisches Exemplar

i) Auf der pazifischen Seite denken wir uns eine Wand und das Meer nach y-achse unendlich ist. Von Gl.(1.4) aus ergeben sich zwei verschiedene Wellen, die dasselbe  $\omega$  und  $l$ , aber verschiedene  $m$  hat:

$$m_{1,2} = \frac{\beta \sin \theta \pm \sqrt{\beta^2 \sin^2 \theta + 4(\omega + lU)\{l\beta \cos \theta - \langle l^3 U + (l^2 + \mu^2)\omega \rangle\}}}{2(\omega + lU)} \quad (3.1)$$

Jetzt nehmen wir folgendes Beispiel an:

$$U = 100 \text{ cm/sec}, \quad l = 10^{-8} / \text{cm}, \quad \theta = 60^\circ$$

$$\beta = 2 \times 10^{-13} / \text{cm}, \text{ sec}, \quad \mu^2 = 10^{-16} / \text{cm}^2$$

so ergibt sich:

$\omega$	$T$	$C$	$m_1$	$m_2$	$\delta$	$\frac{\pi}{m_2 - m_1}$		$\alpha$
						km	km	
$0.726 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$	10 Tage	$0.726 \times 10^3 \text{ c/s}$	$0.3927 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$	$1.7031 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$	-0.109	2397.4	1499	1
$0.726 \times 10^{-6}$	100	$-0.726 \times 10^2$	$-0.603 \times 10^{-8}$	$6.391 \times 10^{-7}$	-0.1746	48.7	49.6	1

Weil  $\alpha=1$  ist, ergibt sich von Gl.(2.8) aus:

$$\gamma = \tan^{-1} \left[ \frac{\eta_{1i}}{\eta_{1r}} \right] - \frac{1}{2} \left[ (\pi - \delta) + (m_1 + m_2)y \right] \quad (3.2)$$

Daraus sehen wir, daß sich die Amplitude der längeren Periode auf der y-achse verändert schneller als die der kürzeren Periode. Dies ist auch über die Wellenphase zu sagen. Falls  $l=0$  ist, also wenn die Fortschreitungs-

richtung der Welle mit der y-achse übereinstimmt, so bleibt die Amplitude unveränderlich. Aber die Phase verändert sich.

ii) Betreffs des japanischen Meeres müssen wir zwei Wände einführen, die einander um L km entfernt liegen. Dort muß die Randbedingung  $[v]_{y=L} = 0$  erfüllt werden. Aus Gl.(2.1) und Gl.(2.4) ergibt sich:

$$m_2 - m_1 = \frac{2p\pi}{L}, \quad (p=1, 2, 3, \dots) \quad (3.3)$$

Wir verwenden hierzu die Formel (3.1), die uns liefert:

$$\omega = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$A = \frac{p^2 \pi^2}{L^2} + l^2 + \mu^2$$

$$B = l \left\{ \left( \frac{2p^2 \pi^2}{L^2} + l^2 + \mu^2 \right) U - (\beta \cos \theta - l^2 U) \right\}$$

$$C = \left( \frac{p^2 \pi^2}{L^2} + l^2 \right) l^2 U^2 - \frac{\beta^2 \sin^2 \theta}{4} - l^2 U \beta \cos \theta$$

Nehmen wir als Beispiel:

$$U=0, \quad L=1000 \text{ km}, \quad p=1, \quad \mu^2=10^{-16} \text{ cm}^{-2}$$

so ergibt sich

$l$	$\omega$	$c$
$\times 10^{-8}$	$\times 10^{-5}$	cm/sec
$2\pi$	0.20	31.8
$\pi$	0.28	89.1
$\pi/2$	0.30	190.8
0	0.26	$\infty$

Der Fall, wo  $l=0$  ist, entspricht dem Ergebnis von Arons und Stommel (Arons und Stommel, 1956). Daraus ist es zu bemerken, daß die Welle von Periode 20 bis 30 Tage vorherrschend ist.

#### Schrifttum

- Arons und Stommel, 1956, Deep Sea Res., Vol. 4, No. 1.  
 Shoji und Watanabe, 1959, Unveröffentlichtes Manuskript.