

## 最小自乗法による潮汐・潮流の 短期調和分解の一つの試み

小田巻 実\*

### A NEW TRIAL ON THE HARMONIC ANALYSIS FOR SHORT PERIOD OBSERVATION OF TIDE AND TIDAL CURRENT, USING THE LEAST SQUARE METHOD

Minoru Odamaki

*Received 1980 June 4*

#### Abstract

In a harmonic analysis for tide and tidal current, the number of calculable harmonic constituents is limited by the duration of observation. And, in order to utilize the result from a short period observation, for a longrange prediction, it is necessary to compensate such a short period result, taking into account some effects of harmonic constituents which can not be separated or determined directly from the short observation. For this purpose, it is thus customary to calculate more constituents than are determined in the conventional methods, on basis of an assumption of the relation in amplitude and phase lag between the constituents. The essential theme in the harmonic analysis for short period observation lies in how such an assumption is established and expressed in the harmonic analysis.

In this report, the newly developed analyzing method is compared with two conventional methods, in the aspects of the compatibility between observed values and predicted ones and the reproducibility of original spectrum. The method is characterized by the assumed relations which are expressed directly by normal equations for the least square method.

Application to 15 day tidal current data shows that the new method is better than the two conventional methods, with respect to the fitness between the observed value and the predicted one and the reproducibility of the original spectrum.

#### 1. 序

潮汐現象は、古くから天体の運行に結びついて経験的に理解されてきた。19世紀になって、G.H. Darwin は、ニュートンの平衡潮汐論に基づいて、潮汐現象の解析・予報方式を確立した。これを調和法と呼ぶ。調和法によると、潮汐現象は、月と太陽の運行に規定される特定周期の三角関数の和として定式化される。この特定周期の波のことを分潮と呼び、 $M_2$ ,  $S_2$ , 等の名前がつけられている。近年では、Munk と Cartwright (1966) によって応答法と呼ばれる新しい解析・予報方式も提案されている。この方法は、天体の起潮力を入力、潮汐現象を出力

\* 海象課 (Oceanographic Division)

とするダイナミカルシステムとして潮汐現象を解析するものである。応答法は、調和法に比べ計算が複雑なため、実用的には、まだまだ調和法が広く用いられている。調和法では、観測値から各分潮の振幅と遅角を算出することを調和分解と呼び、Darwin 法、TI 法、最小自乗法等の計算方法がある。最近では、電子計算機の発達に伴い、最小自乗法が多用されつつある。しかし、この方法を潮流などの半月から1ヵ月程度の短期観測に適用するには、十分な注意が必要である。本報告では、短期調和分解における留意点と、今回開発した調和分解計算の特徴について述べる。

## 2. 調和分解をする前に

調和分解に取りかかる前に理解しておかなければならない二、三の点について述べる。

潮汐現象の角速度は、太陽・地球・月の運行による六つの基本角速度から成り、各分潮の角速度は六次元の整数ベクトルによって表示することができる。いま、A.T. Doodson の展開に従って、 $\sigma_1 \sim \sigma_6$  を基本角速度、 $k_1 \sim k_6$  を整数ベクトル要素として、各分潮の角速度を示すと、

$$\sigma(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6) = k_1 \cdot \sigma_1 + k_2 \cdot \sigma_2 + k_3 \cdot \sigma_3 + k_5 \cdot \sigma_5 + k_6 \cdot \sigma_6 \quad (1)$$

ここで  $\sigma_1 = 28.9841042^\circ/\text{時}$  (1平均太陰日を周期とするもの)  
 $\sigma_2 = 0.54901653^\circ/\text{時}$  (1逆望月を周期とするもの)  
 $\sigma_3 = 0.04106864^\circ/\text{時}$  (1平均太陽年を周期とするもの)  
 $\sigma_4 = 0.00464183^\circ/\text{時}$  (太陰の近地点の周期変化: 約 8.85 年)  
 $\sigma_5 = -0.00220641^\circ/\text{時}$  (太陰の昇降点の周期変化: 約 18.6 年)  
 $\sigma_6 = 0.00000196^\circ/\text{時}$  (太陽の近地点の周期変化: 約 20900 年)

となる。潮汐の起潮力としては、月のほうが太陽より大きいので、平均太陽日の代わりに平均太陰日を基本としている。時間の単位は、通常平均太陽時である。 $k_1 \sim k_6$  の数値は、各天体の運行の平衡潮汐論から求められるが、 $k_5$  は振幅と位相に対する補正值として、また  $k_4$  と  $k_6$  は、 $k_1, k_2, k_3$  に対して従属的に決められる。つまり、調和法においては、 $k_1 \sim k_3$  の三つのパラメータによって分潮が決まる。さらに流体力学的非線型相互作用を考えれば、天体と直接結びつかない任意の組み合わせも可能で、倍潮・複合潮の名前で呼ばれている。各分潮を  $k_1$  の数値で分類するものを Species、 $(k_1, k_2)$  で分けるものを Group、 $(k_1, k_2, k_3)$  で分けるものを Constituent と呼ぶ。例えば、日周潮、半日周潮の区分は Species 単位であり、 $M_2, K_1$  等の名称は Constituent 単位である。主

Table 1 The Parameters of each Harmonic constituent.

Symbol	k1	k2	k3	k4	Orign	Amp.
Q1	1	-2	0	1	Moon	0.01293
O1	1	-1	0	0	Moon	0.06752
P1	1	1	-2	0	Sun	0.03142
K1	1	1	0	0	Both	0.09497
N2	2	-1	0	1	Moon	0.01558
M2	2	0	0	0	Moon	0.08136
S2	2	2	-2	0	Sun	0.03785
K2	2	2	0	0	Both	0.01030

\* Doodson number.

Table 2 The separation of Harmonic constituents by observation period.

Duration*	Separation	
1 day	Semi-diurnal	Diurnal
15 days	M2 - S2	K1 - O1
1 month	M2-S2(K2)-N2	K1(P1)-O1-Q1
6 month	M2-S2-N2-K2	K1-O1-P1-Q1

\* lunar day, lunar month.

要8分潮の Darwin の分潮記号と  $k_1 \sim k_4$  の各パラメータの値, 平衡潮汐に基づく平均的な振幅の値を第1表に示す。ただし, この振幅は緯度によって変化する。

さて, 調和解するにあたり, 最も重要なことのひとつは,

〈第一の条件〉 「振幅の大きな分潮が分解・算出できる」

ことである。この条件は, あたりまえすぎて看過されやすいが, 予報に使える結果を得るためには, 十分に吟味しなければならない。というのは, 例えば数日間の観測で半日周潮・日周潮が算出できたとしても, 基本にある  $M_2$  潮と  $S_2$  潮が分離されていないかぎり, 大潮・小潮による違いなどを予報はできない。つまり潮汐現象の変化傾向を考慮しながら, 求める分潮の種類・数を振幅の大小に従って決めなければならない。例えば, 第1表から日周潮の振幅を見ると,  $K_1, O_1, P_1, Q_1$  の順になるが, この時,  $P_1$  を求めずに  $Q_1$  を算出することなどは意味がない。

次に求める分潮の数と種類が設定されたら, その分潮群に対応して分離・算出のために必要な観測期間が決まる。言いかえると, 限られた観測期間では算出できる分潮の種類・数も限られる。この分潮の分離・算出のための基準として, いま二つの分潮の角速度を  $\sigma_i, \sigma_j$  とすると, その差と観測回数 ( $n$ ) について

〈第二の条件〉  $|\sigma_i - \sigma_j| \cdot n / 360^\circ \geq 1$

となっていることが必要である。つまり二つの分潮が重なりあってから再度重なりあうぐらいの期間が最低限必要である。これより少ない観測期間では, 見かけ上, 二つの分潮の効果が観測の上にも現れにくいし, 直接的に解くには, 第3節で述べるような無理が生ずる。この条件は, Species 単位での分離では1日, Group 単位では1月, Constituent 単位では1年が必要であることを示している。個々の分潮の角速度で考えると,  $M_2$  と  $S_2, K_1$  と  $O_1$  の角速度の差は  $2 \cdot \sigma_2$  となるので, これらの分潮の分離には15日間のデータでよい。三つ以上の分潮群については, 各角速度の差の最小値を採用すればよいだろう。第1表に示した分潮群については第2表のような関係が成立し, 8分潮全部を求めるには6ヵ月が必要である。

以上, 調和解の前提を述べたが, 潮流の観測は通常15日程度の短期間であり, 分離できる分潮に限られる。このような場合, 調和解結果を長期間の予報に用いるためには, 分離はできないがその振幅を無視できない分潮の効果を考慮し, 補正しておかねばならない。これが短期調和解の課題である。

### 3. 最小自乗法の概念

毎時の潮汐・潮流の観測値  $H(t)$  は,

$$H(t) = A_0 + \sum_i A_i \cdot \cos(\sigma_i t - \kappa_i) + \varepsilon(t) = A_0 + \sum_i a_i \cdot \cos \sigma_i t + \sum_i b_i \cdot \sin \sigma_i t + \varepsilon(t) \quad (2)$$

( $a_i = A_i \cdot \cos \kappa_i, b_i = A_i \cdot \sin \kappa_i, \sum_i$  は  $i$  についての総和を示す)

と表すことができる。ここで添字は分潮の種類を示し,  $\sigma_i, A_i, \kappa_i$  は, それぞれ各分潮の角速度・振幅・遅角であ

る。A<sub>0</sub>は平均値に対応する。通常、遅角という言葉は、各分潮に対応する天体がその観測地点で南中してから、満潮になるまでの角度差をいう。そのために、正確には、(2)式のκ<sub>i</sub>に時間原点を統一するための補正項が必要であるが、議論に関係のないところでは省略する。また、(1)式のk<sub>5</sub>・σ<sub>5</sub>に起因する振幅と遅角に対する補正も必要であるが、同様に省略した。ε(t)は、観測上の誤差や雑音(想定している分潮周期に合わないもの)などを示している。調和分解とは観測値H(t)からA<sub>0</sub>, A<sub>i</sub>, κ<sub>i</sub>を求めることである。求める分潮の数をM個とすると、未知数としては、平均値を含めて2M+1個になる。

いま、ε(t)を誤差と考えて、A<sub>0</sub>, a<sub>i</sub>, b<sub>i</sub> (i=1, M)を変化させてやることにより、ε<sup>2</sup>(t)の総和を最小にすることを考える。すなわち、未知数A<sub>0</sub>, a<sub>i</sub>, b<sub>i</sub>をパラメータとして平均自乗誤差Iは、

$$I(A_0, a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots) = \sum_t \epsilon^2(t)/n \tag{3}$$

(nは観測回数,  $\sum_t$ は観測時間毎の総和を示す)

と表せる。このIが最小値をとるときには、

$$\partial I / \partial A_0 = 0, \quad \partial I / \partial a_i = 0, \quad \partial I / \partial b_i = 0 \quad (i=1, M) \tag{4}$$

となる。これに(2), (3)の関係を代入して計算すると、

$$\left. \begin{aligned} \sum_t A_0 + \sum_t a_i \sum_t \cos \sigma_i t + \sum_t b_i \sum_t \sin \sigma_i t - \sum_t H(t) &= 0 \\ \sum_t A_0 \cos \sigma_j t + \sum_t a_i \sum_t \cos \sigma_i t \cdot \cos \sigma_j t + \sum_t b_i \sum_t \sin \sigma_i t \cdot \cos \sigma_j t - \sum_t H(t) \cdot \cos \sigma_j t &= 0, \quad (j=1, M) \\ \sum_t A_0 \sin \sigma_j t + \sum_t a_i \sum_t \cos \sigma_i t \cdot \sin \sigma_j t + \sum_t b_i \sum_t \sin \sigma_i t \cdot \sin \sigma_j t - \sum_t H(t) \cdot \sin \sigma_j t &= 0, \quad (j=1, M) \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

となり、未知数の数と方程式の数が同じになるので、解が求まる。この式を整理して行列の形に直すと、

$$\begin{pmatrix} n, & \sum_t \cos \sigma_1 t, & \sum_t \cos \sigma_2 t, & \dots, & \sum_t \sin \sigma_1 t, & \sum_t \sin \sigma_2 t, & \dots \\ \sum_t \cos \sigma_1 t, & \sum_t \cos \sigma_1 t \cdot \cos \sigma_1 t, & \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \cos \sigma_1 t, & \dots, & \sum_t \sin \sigma_1 t \cdot \cos \sigma_1 t, & \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \cos \sigma_1 t \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_t \sin \sigma_1 t, & \sum_t \cos \sigma_1 t \cdot \sin \sigma_1 t, & \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \sin \sigma_1 t, & \dots, & \sum_t \sin \sigma_1 t \cdot \sin \sigma_1 t, & \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \sin \sigma_1 t \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_0 \\ a_1 \\ \dots \\ b_1 \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_t H(t) \\ \sum_t H(t) \cdot \cos \sigma_1 t \\ \dots \\ \sum_t H(t) \cdot \sin \sigma_1 t \\ \dots \end{pmatrix} \tag{5}'$$

と表すことができる。この係数行列は、観測値に関係せず、観測期間と測定間隔のみで決まり、一般の最小自乗法と同じように必ず対称行列になる。

さて、時間の原点を観測期間の中央にとり、行列の各要素を計算すると、三角関数の性質から、

$$\left. \begin{aligned} \sum_t \cos \sigma_i t &= n \cdot \alpha_{i0} \\ \sum_t \sin \sigma_i t &= 0 \\ \sum_t \cos \sigma_i t \cdot \cos \sigma_j t &= n \cdot (\alpha_{ij} + \beta_{ij}) / 2 \\ \sum_t \sin \sigma_i t \cdot \cos \sigma_j t &= 0 \\ \sum_t \cos \sigma_i t \cdot \sin \sigma_j t &= 0 \\ \sum_t \sin \sigma_i t \cdot \sin \sigma_j t &= n \cdot (\alpha_{ij} - \beta_{ij}) / 2 \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

ここで

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{ij} = \frac{\sin n \cdot (\sigma_i - \sigma_j)/2}{n \cdot \sin (\sigma_i - \sigma_j)/2} \quad (i \neq j) \\ \alpha_{ii} = 1 \quad (i = j) \\ \beta_{ij} = \frac{\sin n \cdot (\sigma_i + \sigma_j)/2}{n \cdot \sin (\sigma_i + \sigma_j)/2} \\ \alpha_{i0} = \frac{\sin n \cdot \sigma_i/2}{n \cdot \sin \sigma_i/2} \end{array} \right.$$

となる。あらかじめ、観測回数と各角速度さえ知っておけば、(6)式から行列の要素は簡単に計算でき、 $\sin$  と  $\cos$  の直交性から、行列の右上と左下の要素は0となっている。欠測のある場合には、その観測の分だけ補正すればよい。

ここで、この係数行列の特性を見るために(6)式の  $\alpha_{ij}$  の形の関数を考える。

(a)  $n$  (観測回数) を固定して、 $\sigma_i$  と  $\sigma_j$  を近づけてゆくと;  $\lim_{\sigma_i \rightarrow \sigma_j} \alpha_{ij} \rightarrow 1$

つまり、求める分潮の角速度の差が十分に小さいとき、対角成分 ( $\alpha_{ii}$ ) と非対角成分 ( $\alpha_{ij}$ ) が同じような値となる。このとき、(5)の連立方程式の解は不定となる。このことは前節で述べた条件を無視して、いたずらに分潮の数を多くすることを戒めている。

(b)  $\sigma_i$  と  $\sigma_j$  を固定して、 $n$  を大きくすると;  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_{ij} \rightarrow 0$

となる。このとき(5)式では、対角成分を残して非対角成分は小さくなる。つまり係数行列は簡単な形となり、当然ながら解は容易に求められる。

(5)式の右辺は、観測値から計算される。電子計算機が実用化される以前は、三角関数を多用した演算がたいへんな労苦であったため、いろいろな簡便法が考案された。Darwin 法、TI 法などは、この計算方法が異なるため、見かけ上かなりの相違感を与えるが、本質的には最小自乗法と同じものであり、分潮群の選択に違いがあるだけである。

#### 4. 短期調和解における最小自乗法

第2番の条件を満たすように分潮の種類を決め、前節の方法で解を求めたとしても、他の分離できない分潮の効果が大きい場合には予報上の精度を持ち得ない。そこで、いろいろな仮定を設けて、求める分潮の数を多くするのが普通である。現在水路部で行っている15昼夜調和解(以下、H.D.法と呼ぶ)では、 $M_2, S_2, (K_2, N_2), K_1, O_1, (P_1, Q_1), M_4, MS_4$ の10分潮を算出している。第2表で明らかなように、( )を付けた分潮の直接的な算出には無理があり、仮定を設けて間接的に算出している。以下では、15昼夜観測データを対象として、分潮分離についての仮定とその仮定を用いた最小自乗法の計算方法について述べる。

##### 4-1 仮定と方程式の構成

$S_2$  と  $K_2, K_1$  と  $P_1$  の分離には6ヵ月以上の観測値が必要である。逆に言うと、15日程度では両分潮は重なってしまい、みかけ上、分潮相互の効果は現れにくい。振幅の大きい  $S_2, K_1$  潮を主分潮、その陰にある  $K_2, P_1$  潮を従分潮と呼ぶことにする。そこで、両者を分離するために、

(a) 両分潮の振幅比は、平衡潮汐によるものに等しい。

(b) 両分潮の遅角は等しい。

と仮定する。この仮定は、他の基準となる観測点での値の関係をを用いてもよい。

(2)式の潮汐成分から、問題となる主分潮と従分潮を取り出すと、この仮定のもとで、

$$R_1 \cos(V_1 + \sigma_1 t - \kappa_1) + R_2 \cos(V_2 + \sigma_2 t - \kappa_2) \rightarrow R_1 \cos(V_1 + \sigma_1 t - \kappa_1) + pR_1 \cos(V_2 + \sigma_2 t - \kappa_1) \quad (7)$$



5-1 各計算方法のフローチャート

第1図に、H.D. 法, LSI, LS II の各計算方法のフローチャートを示し、その相違点について述べる。

H.D. 法では、(5) 式の右辺に相当する計算を、日値・月値計算として2段階に分けている。日値計算は(1) 式の  $k_1$  による分離であり、月値計算は  $k_2$  に対応する分離である。この計算は、三角関数の代わりに  $-1, 0, 1$  の整数値数列を用いた簡便計算となっていて、後で三角関数になるように補正している。月値を計算した後、従分潮の他分潮に対する補正計算、そして主分潮と他分潮の分離計算を行って調和常数を求めている。

LSI では、まず従分潮を無視した連立方程式を作る。これは(8) 式の FS, FC を主分潮の  $\sin, \cos$  で置き換えたものに相当する。この方程式を解いた後に、主分潮に相当する解を主分潮と従分潮に分離している。

LS II では、係数行列そのものの中に従分潮の補正計算が含まれている。(8) 式の FS, FC がそれである。この点が従来の H.D. 法や LSI と大いに異なる点である。各観測ごとに天文引数が異なるので、(8) 式の係数行列はその都度計算する必要があるが、解を求めた後の従分潮の算出は仮定された関係(7) から自動的にできる。

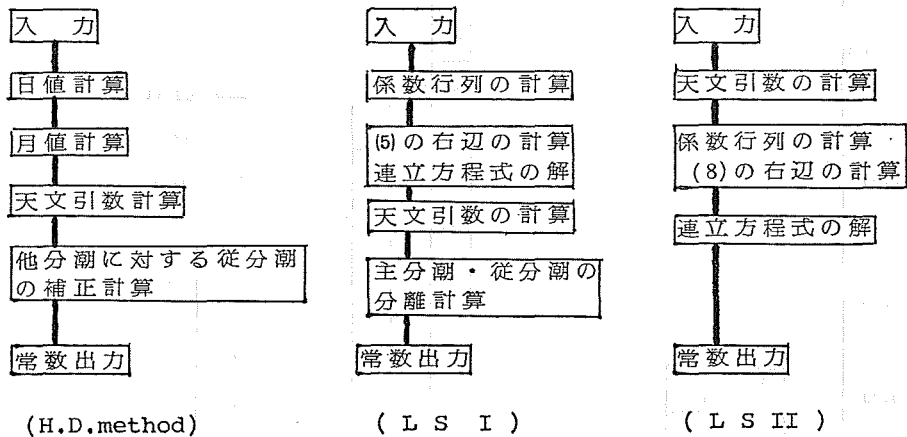


Figure 1 The flow chart of each methods.

5-2 データとの適合性

各方法による調和解の結果を用いて推算を行い、観測値との差を求めた。用いたデータは瀬戸内海の猫瀬戸で得られた15昼夜潮流実測値である。以下では、東方成分について述べるが、北方成分でも同様である。

第3表に各方法で得られた調和常数を示す。各分潮の振幅を比較すると、計算方法により10%程度の違いがある(第2図)。

第3図は、大潮と小潮のころの観測値を比較したものである。両者の差(O-P)は、最大0.8ノットに及ぶが、各推算値間では0.05ノット程度しか違いがない。このO-Pの頻度分布を第4図に示す。平均自乗誤差で各計算方法を比較すると、H.D. 法で0.247, LSIで0.245, LS IIで0.244ノットであった。つまり、平均的には、LS IIが最も良い適合性を示した。ただし、以上の平均自乗誤差は、調和解に用いた観測値と調和解結果による推算値との差であって、純粋に予報された値と観測値の差ではないことに注意する必要がある。

5-3 調和常数の再現性

H.D. 法で得られた調和常数を用いて推算値を作り、逆にこの推算値を各方法によって調和解し、もとの常数に対する再現性を調べた。つまり、データは仮定された関係を満たす分潮のみであり、他の雑音等は含まれていない。この再現性を調べることにより、ある程度、潮汐現象の予報に対する、各調和解方法の信頼性を判断

Table 3 The results of each Harmonic Analysis.

		M2	S2	K2	N2	K1	O1	P1	Q1	M4	MS4	Const.
E.	H.D.	1.725	0.591	0.161	0.266	0.214	0.194	0.071	0.087	0.111	0.079	-0.302
		238.4	254.4	254.4	241.4	140.8	107.8	140.8	141.3	348.6	4.4	
	LS I	1.706	0.545	0.148	0.280	0.213	0.206	0.071	0.104	0.139	0.073	-0.300
		237.1	254.9	254.9	230.8	138.7	119.6	138.7	173.7	336.2	345.8	
	LS II	1.694	0.569	0.154	0.270	0.216	0.218	0.072	0.114	0.139	0.073	-0.300
		237.4	253.6	253.6	230.3	140.9	120.4	140.9	173.8	336.2	345.9	
N.	H.D.	0.658	0.305	0.083	0.168	0.145	0.023	0.048	0.016	0.111	0.110	-0.193
		226.7	250.0	250.0	203.2	154.6	118.5	154.6	196.6	327.3	344.3	
	LS I	0.636	0.283	0.077	0.167	0.143	0.064	0.048	0.048	0.103	0.107	-0.193
		226.5	249.1	249.1	195.3	154.9	151.0	154.9	233.0	318.2	346.5	
	LS II	0.629	0.297	0.080	0.162	0.139	0.071	0.046	0.052	0.103	0.107	-0.193
		227.0	247.8	247.8	193.9	157.0	149.1	157.0	225.0	317.8	346.1	

upper \* amplitude (knot) lower = phase lag(°)

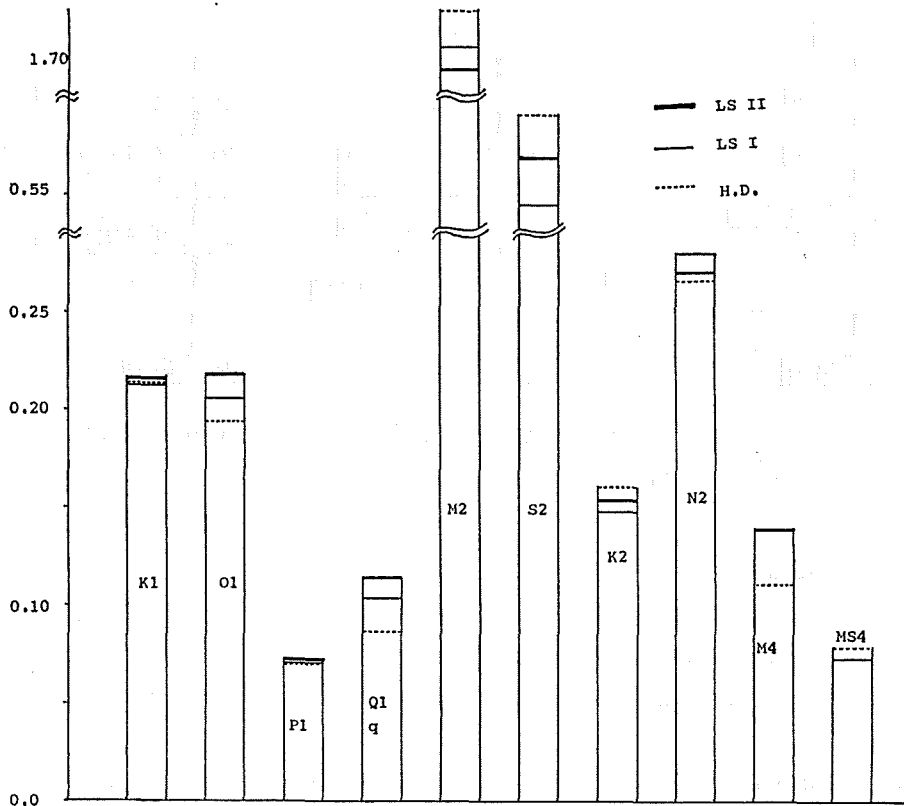


Figure 2 Comparison of Harmonic amplitudes obtained by each method.

することができる。つまり、再現性が悪いと、各分潮が打消しあって潮汐現象が小さくなる時期には、相対的に誤差が大きくなるなどの事態が考えられる。

第5表に各方法で再現された調和常数の値を示す。最上段に掲げたもとの常数に近いほど再現性がよい。ものと常数に対する各方法ごとの偏差を第5図に示す。LSIは、 $S_2$ 潮などに大きな負の偏差を持ち、全般的な再現性が悪い。H.D.法は、LSIに比べて偏差が小さく、偏った傾向がないので、再現性は良い。今回のLSIIは、計算誤差の範囲内で、ほぼ完全にもとの常数を再現する。



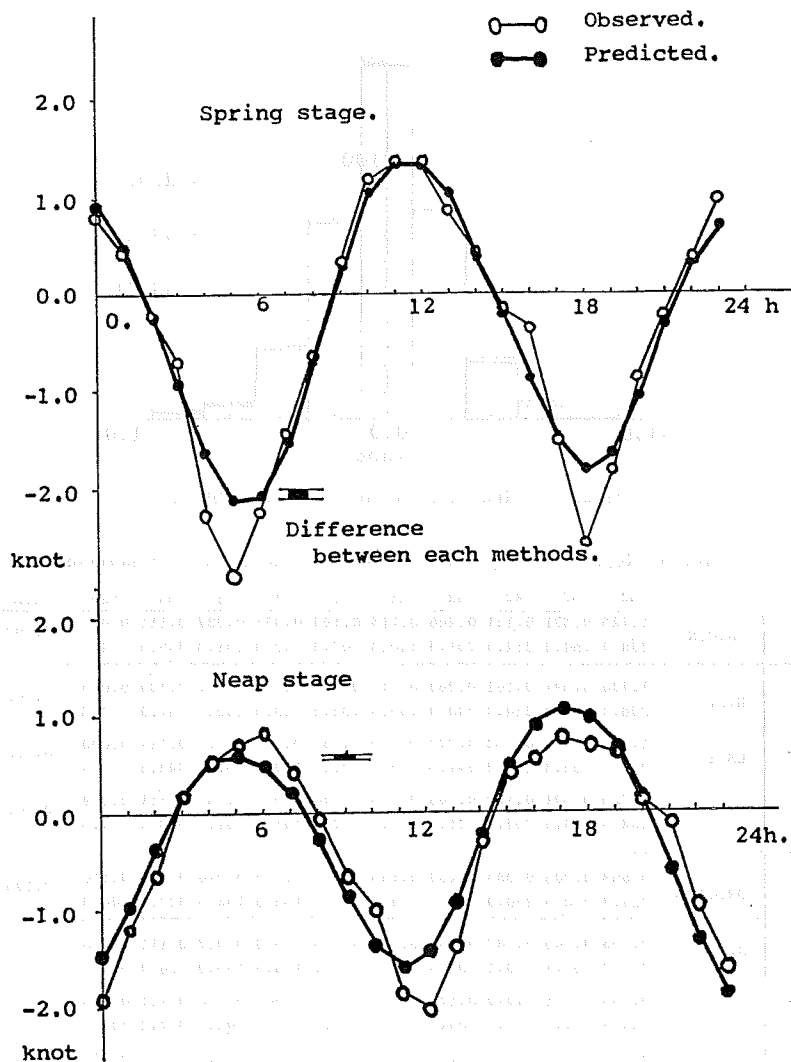


Figure 3 Comparison between the observed value and the predicted.

Table 4 Histogram of the observed value minus the predicted.

		diff-1.2	-1.0	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	R.M.S.
E .	H.D.	1	3	5	30	72	136	78	26	6	3				0.247
	LS I	1	2	7	22	80	138	74	27	5	4				0.245
	LS II	1	2	7	24	80	135	76	27	6	2				0.244
N .	H.D.	1	6	7	17	31	72	87	74	31	23	8	2	1	0.374
	LS I	5	10	14	33	71	88	74	31	21	8	3	2		0.371
	LS II	5	10	15	32	76	84	74	32	20	7	4	1		0.370

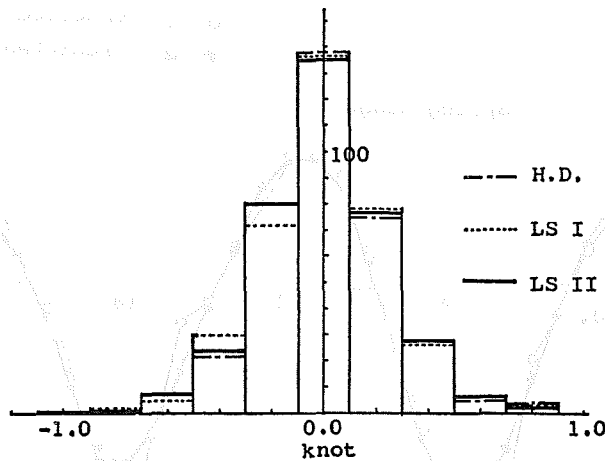


Figure 4 Histogram of Obs.-Pre. See table 4.

Table 5 Reproducibility of Harmonic constituents by each methods.

		M2	S2	M2	N2	K1	O1	P1	Q1	M4	MS4	Const.	
E.	ORIGIN	1.725	0.591	0.161	0.266	0.214	0.194	0.071	0.087	0.111	0.079	-0.302	
		238.4	254.4	254.4	241.4	140.8	107.8	140.8	141.3	348.6	4.4		
	H.D.	1.720	0.591	0.161	0.264	0.213	0.198	0.070	0.087	0.109	0.080	-0.302	
		238.4	254.4	254.4	240.9	140.0	108.4	140.0	140.5	347.9	4.5		
	LS I	1.737	0.565	0.154	0.277	0.210	0.183	0.070	0.079	0.111	0.080	-0.302	
		238.1	255.8	255.8	241.5	139.0	106.2	139.0	137.0	348.4	4.6		
	LS II	1.725	0.591	0.160	0.266	0.214	0.194	0.071	0.087	0.111	0.079	-0.302	
		238.4	254.4	254.4	241.3	141.0	107.8	141.0	141.0	348.4	4.5		
	N.	ORIGIN	0.658	0.305	0.083	0.168	0.145	0.023	0.048	0.016	0.111	0.110	-0.193
			226.7	250.0	250.0	203.2	154.6	118.5	154.6	196.6	327.3	344.3	
		H.D.	0.656	0.305	0.083	0.168	0.144	0.026	0.048	0.017	0.111	0.110	-0.193
			226.7	250.1	250.1	202.8	154.3	121.0	154.3	195.0	326.9	344.2	
LS I		0.665	0.291	0.079	0.173	0.142	0.016	0.047	0.010	0.111	0.110	-0.193	
		226.4	251.5	251.5	204.3	152.7	105.4	152.7	202.2	327.2	344.2		
LS II		0.658	0.305	0.083	0.168	0.145	0.023	0.048	0.016	0.111	0.110	-0.193	
		226.7	250.0	250.0	203.2	154.9	118.2	154.9	195.9	327.1	344.2		

\* upper = amplitude (knot), lower = phase lag (°)

6. 結論

以上、3通りの短期調和分解法を比較したが、今回開発した LS II が適合度・再現性ともに最も良かった。H.D. 法は、簡便計算などのため誤差が集積し、適合度は LSI や LS II に劣るものの、再現性に偏った傾向が見られず良い方法と言えるだろう。LSI は、適合度はよいが再現性に難がある。

この報告では、同じデータを対象とし、同じ分潮を設定し、同じ仮定された条件を用いた時の計算方法の優劣を適合度や再現性の面から検討した。ところが、潮汐現象の解析・予報のためには、実は、どのような分潮群を設定するのか、どのような仮定を用いるかが、基本的な重要事項である。例えば、今回無視された3分の1日周潮、6分の1日周潮を含ませる必要があるかもしれない。要は、潮汐現象をよく観察し、その現象を起こしている分潮の種類や数を推定し、第2節に述べたように、それに対応した観測期間を設定するのが肝要である。そのうに立脚した時に、今回開発した最小自乗法による短期調和分解は、有効な手法となることができる。

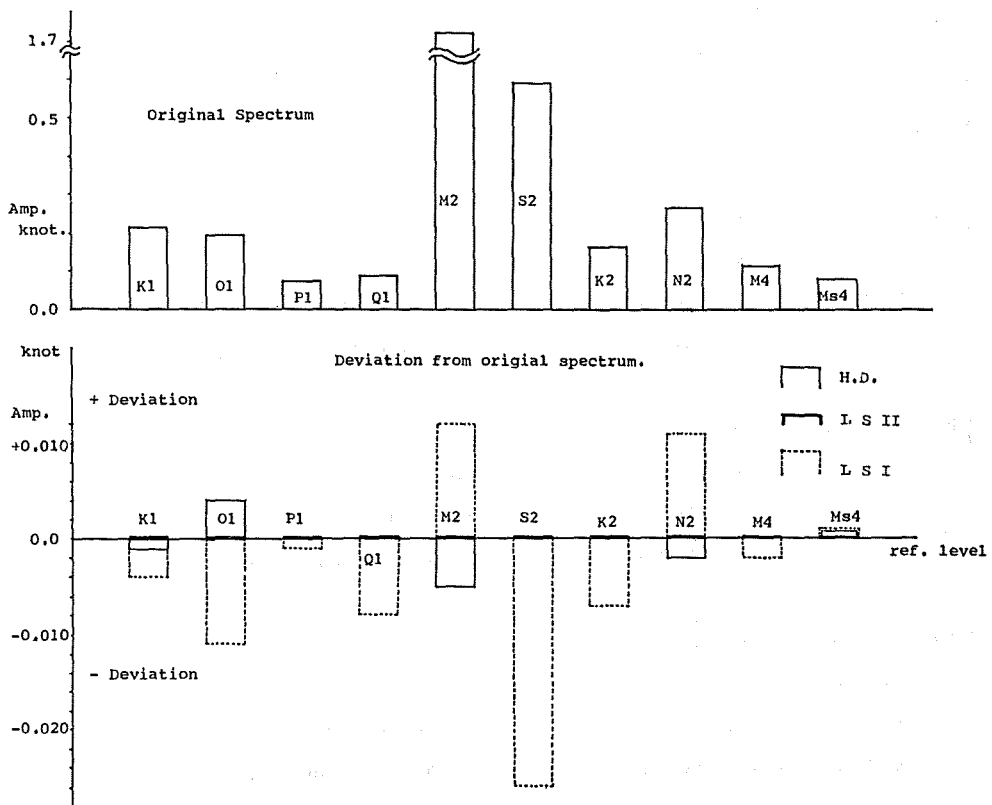


Figure 5 The test of the reproducibility. Upper is original spectrum, and lower is deviation from original spectrum.

最後に付け加えると、最小自乗法では、(2)式の形に潮汐周期の信号と他の雑音等の信号  $\varepsilon(t)$  が分離できるわけではない。潮汐のデータのように、導水管等の機構を用いてあらかじめ雑音を除去し、ノイズレベルの低いものに関しては、 $\varepsilon(t)$  の効果はあまりないが、潮流のデータは流速計等の測定によるため、どうしてもノイズレベルが高くなる。もし、このノイズがあらゆる周期帯にわたる効果を持つホワイトノイズのような場合には、当然、結果の調和常数にも影響がでる。従来は、潮汐周期より短いところにノイズが集中していると考えられていたが、Munk と Cartwright (1966) によって示されたように、かなり幅広い帯域に潮汐と無関係なノイズが存在する。このようなノイズを分離するためには、応答法による以外にないが、便宜的には、潮汐周期を取り出す帯域フィルタを用いる等のことが考えられる。これらについては、今後の課題としたい。

なお、今回の試行に用いたプログラムは、H.D. 法は海象課保有のもの、他は文献等を参照しながら著者が作成した。計算は、水路部編磨課に設置されている日本電子の ACOS システム 700 による。

この研究を進めるにあたり、有益な討論及び示唆をいただいた伊藤友孝氏を初めとする海象課の同僚諸氏に感謝の意を表す。

Appendix. FC, FS の関数について

FC, FS なる関係数は、

$$FC(\sigma_1, \sigma_2, PC, PS) = \cos \sigma_1 t + PC \cdot \cos \sigma_2 t - PS \cdot \sin \sigma_2 t$$

$$FS(\sigma_1, \sigma_2, PC, PS) = \sin \sigma_1 t + PS \cdot \cos \sigma_2 t + PC \cdot \sin \sigma_2 t$$

と定義されている。(6)式と同様に、時間積分を考えると、

$$\sum_t FC(\sigma_1, \sigma_2, PC, PS) = \sum_t \cos \sigma_1 t + PC \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t - PS \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t$$

$$\sum_t FS(\sigma_1, \sigma_2, PC, PS) = \sum_t \sin \sigma_1 t + PS \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t + PC \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t$$

$$\sum_t FC(\sigma_1, \sigma_2, PC, PS) \cdot FC(\sigma'_1, \sigma'_2, PC', PS')$$

$$= \sum_t \cos \sigma_1 t \cdot \cos \sigma'_1 t + PC' \cdot \sum_t \cos \sigma_1 t \cdot \cos \sigma'_2 t - PS' \cdot \sum_t \cos \sigma_1 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

$$+ PC \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_1 t + PC \cdot PC' \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_2 t - PC \cdot PS' \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

$$- PS \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_1 t - PS \cdot PC' \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_2 t - PS \cdot PS' \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

$$\sum_t FS(\sigma_1, \sigma_2, PC, PS) \cdot FS(\sigma'_1, \sigma'_2, PC', PS')$$

$$= \sum_t \sin \sigma_1 t \cdot \sin \sigma'_1 t + PS' \cdot \sum_t \sin \sigma_1 t \cdot \cos \sigma'_2 t + PC' \cdot \sum_t \sin \sigma_1 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

$$+ PS \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \sin \sigma'_1 t + PS \cdot PS' \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_2 t + PS \cdot PC' \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

$$+ PC \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \sin \sigma'_1 t + PC \cdot PS' \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_2 t + PC \cdot PC' \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

$$\sum_t FS(\sigma_1, \sigma_2, PC, PS) \cdot FC(\sigma'_1, \sigma'_2, PC', PS')$$

$$= \sum_t \sin \sigma_1 t \cdot \cos \sigma'_1 t + PC' \cdot \sum_t \sin \sigma_1 t \cdot \cos \sigma'_2 t - PS' \cdot \sum_t \sin \sigma_1 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

$$+ PS \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_1 t + PS \cdot PC' \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_2 t - PS \cdot PS' \cdot \sum_t \cos \sigma_2 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

$$+ PC \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_1 t + PC \cdot PC' \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \cos \sigma'_2 t - PC \cdot PS' \cdot \sum_t \sin \sigma_2 t \cdot \sin \sigma'_2 t$$

と書くことができる。ここで、' を付けた記号は他の主・従分潮の関係を示している。 $\sum_t$  の計算は(6)式と同様の形に変換できる。式の展開からわかるように  $\sum_t FS \cdot FC$  は、 $\sum_t \sin \cdot \cos$  以外の項が付随しているため、一般には0とならない。

#### 参 考 文 献

水路部海象課；15 昼夜調和分解の新形式，部内資料

彦坂繁雄・赤木 登・矢野雄幸(1966)：最小自乗法による潮汐調和分解とその精度，水路部研究報告 No. 1 p. 27—31.

Cartwright, D.E. and D.B. Catton (1963) : On the fourier Analysis of Tidal Observation, Int. Hydro. Rev. 15 (1), p. 113—125.

Munk, W.H. and D.E. Cartwright (1966) : Tidal Spectroscopy and Prediction, Phil. Trans. Roy. Soc., A 259, p. 533—81.

Cartwright, D.E. (1978) : Oceanic Tides Int. Hydro. Rev. LV (2), p. 35—84.