

PLANETARISCHE WELLE IM OZEANE

Norijuki Iwata

Received November 25, 1959.

Zusammenfassung

Der Verfasser untersucht die Periode, Wellenlänge und Geschwindigkeit der planetarischen Welle im geschichteten Meer, um zu sehen, ob die zeitliche Veränderung der geostrophisch angenäherten Meeresströmung von diesen Punkt aus erklärt werden kann.

Einleitung

Längs der Küste Japans zeigt die Wasserstandsbeobachtung deutlich, daß sich die Meeresoberfläche verändert mit einigen Perioden von etwa eine Woche bis zwei Monate. Andererseits haben wir aus der Beobachtung der Temperatur und Salzgehalt im Meer festgestellt, daß die zeitliche Veränderung der sog. dynamischen Tiefe denen des Wasserstands proportional ist. Dies zeigt nicht anders als, daß die Wasserstandsveränderung an der Küste der zeitlichen Veränderung des geostrophisch angenäherten Storms entspricht.

1. Grundgleichung

Wir gehen aus von der Grundgleichung der nicht zähigen Flüssigkeiten auf der rotierenden Erde, welche aus den zwei homogenen Schichten mit verschiedener Dichte entsteht. Vorausgesetzt dabei, daß die Flüssigkeit in der vertikalen Richtung statische Gleichgewicht hat und überdies kein Momentum durch die innere Grenzfläche überträgt wird.

Für die obere Schichte ergibt sich:

$$\frac{du_1}{dt} - fv_1 = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \tau^{(x)} \quad (1.1)$$

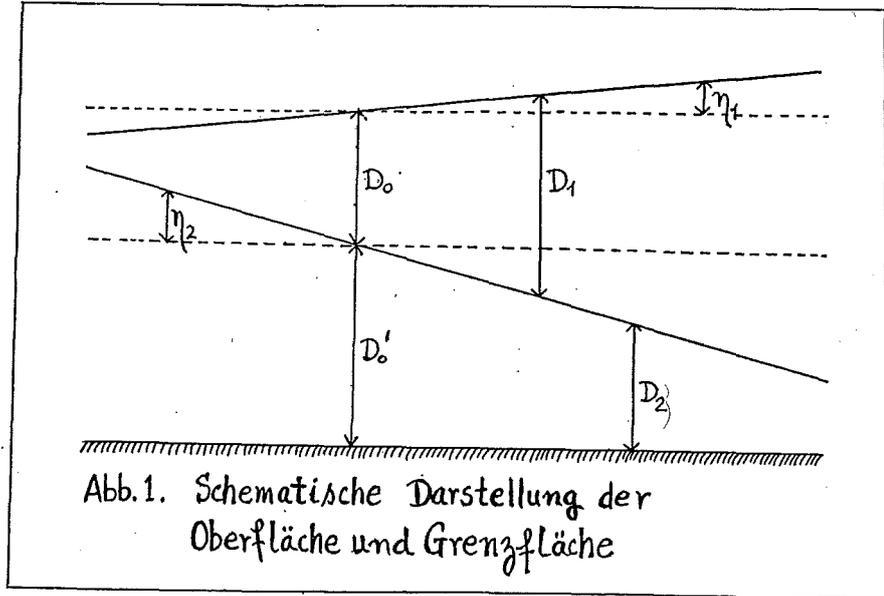
$$\frac{dv_1}{dt} + fu_1 = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} + \tau^{(y)} \quad (1.2)$$

$$\frac{dD_1}{dt} + D_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.3)$$

Für die untere Schichte ergibt sich ebenfalls:

$$\frac{du_2}{dt} - fv_2 = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} \quad (1.4)$$

$$\frac{dv_2}{dt} + fu_2 = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial y} \quad (1.5)$$



$$\frac{dD_2}{dt} + D_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.6)$$

wobei $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$ ist. Hier richtet x -achse nach Osten und y -achse nach Norden auf der ungestörten Meeresoberfläche.

z -achse wählen wir aufwärts. Mit u und v bezeichnen wir die Geschwindigkeitskomponente nach x - und y -achse, p und ρ ist je Druck und Dichte. $D_{1,2}$ ist die Tiefe der oberen und unteren Schichte. $f = 2\omega \sin(\text{Breite})$. $\tau^{(x)}$ und $\tau^{(y)}$ zeigt die Schubspannung des Windes auf dem Meer.

Aus der hydrostatischen Bedingung in der vertikalen Richtung ergibt sich sofort:

$$D_1 = D_0 + \eta_1 - \eta_2 \quad (1.7)$$

$$D_2 = D_0' + \eta_2 \quad (1.8)$$

$$p_1 = \rho_1 g (\eta_1 - z) \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} p_2 &= \rho_1 g D_1 + \rho_2 g (\eta_1 - z - D_1) \\ &= \rho_2 g \left[\frac{\rho_1}{\rho_2} \eta_1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \eta_2 - z - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} D_0 \right] \end{aligned} \quad (1.10)$$

Bilden wir Wirbelgleichung durch Gl. (1.1) und Gl. (1.2) auch durch Gl. (1.4) und Gl. (1.5) aus, so haben wir:

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_1 + f) + (\zeta_1 + f) \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = \frac{\partial \tau^{(x)}}{\partial x} - \frac{\partial \tau^{(y)}}{\partial y} \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_2 + f) + (\zeta_2 + f) \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.12)$$

Durch die Kontinuitätsgleichung Gl. (1.3) und Gl. (1.6) nimmt Gl. (1.11) und Gl. (1.12) die Form an:

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_1 + f) - \frac{(\zeta_1 + f)}{D_1} \frac{dD_1}{dt} = \text{rot } \tau \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial v} + v_2 \frac{\partial}{\partial y} (\zeta_2 + f) - \frac{(\zeta_2 + f)}{D_2} \frac{dD_2}{dt} = 0 \quad (1.14)$$

Falls rot $\tau = 0$ ist, so zeigt jede Beziehung, daß die potentielle Wirbelstärke:

$$\frac{\zeta + f}{D}$$

konstante ist, also

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\zeta_i + f}{D_i} \right) = 0 \quad (i=1, 2) \quad (1.15)$$

Mit Rücksicht auf der Beziehung Gl.(1.7) und Gl.(1.8) können wir Gl.(1.13) Gl. (1.13) und Gl. (1.14) folgendermaßen umschreiben:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} - \frac{\zeta_1 + f}{D_1} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \beta v_1 + u_1 \left[\frac{\partial \zeta_1}{\partial x} - \frac{\zeta_1 + f}{D_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \\ + v_1 \left[\frac{\partial \zeta_1}{\partial y} - \frac{\zeta_1 + f}{D_1} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} - \frac{\zeta_2 + f}{D_2} \frac{\partial}{\partial t} (\eta - \phi) + \beta v_2 + u_2 \left[\frac{\partial \zeta_2}{\partial x} - \frac{\zeta_2 + f}{D_2} \frac{\partial}{\partial x} (\eta - \phi) \right] \\ + v_2 \left[\frac{\partial \zeta_2}{\partial y} - \frac{\zeta_2 + f}{D_2} \frac{\partial}{\partial y} (\eta - \phi) \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

wobei

$$\eta = \eta_1, \quad \phi = \eta_1 - \eta_2 \quad (1.18)$$

ist. Handelt es sich nicht um beschleunigte Strömung im homogenen einfachen Meer, so ergibt sich die Gleichung, die Fofonoff betrachtet hat. (1953, Fofonoff)

$$u \left[\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\zeta + f}{D} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right] + v \left[\frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\zeta + f}{D} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \beta \right] = 0 \quad (1.19)$$

2. Geostrophische Annäherung

Um die Trägheitswelle und Schwerkraftwelle ausfallen zu lassen, machen wir geostrophische Annäherung für die Geschwindigkeit.

$$u_1 = -\frac{1}{\rho_1 f} \frac{\partial p_1}{\partial y} = -\frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad v_1 = \frac{1}{\rho_1 f} \frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{g}{f} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (2.1)$$

Für die untere Schichte haben wir ebenfalls:

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= -\frac{1}{\rho_2 f} \frac{\partial p_2}{\partial y} = -\frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial y} (a\eta_1 + b\eta_2) = -\frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial y} (\eta - b\phi) \\ v_2 &= -\frac{1}{\rho_2 f} \frac{\partial p_2}{\partial x} = \frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial x} (a\eta_1 + b\eta_2) = \frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial x} (\eta - b\phi) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

wobei

$$a = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad b = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} = 1 - a \quad (2.3)$$

ist. Für die Wirbelstärke ergibt sich:

$$\zeta_1 = \frac{\partial v_1}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial y} = \frac{g}{f} \nabla^2 \eta \quad (2.4)$$

$$\zeta_2 = \frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial y} = \frac{g}{f} \nabla^2(\eta - b\phi) \quad (2.5)$$

Falls es in der unteren Schichte keine Bewegung gibt, so ergibt sich aus G1.(1.10)

$$\eta - b\phi = \text{const.} \quad (2.6)$$

Setzen wir die Beziehungen G1.(2.1) bis G1.(2.5) in G1.(1.16) und G1.(1.17) ein, so haben wir

$$\begin{aligned} \nabla^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} - \left[\frac{\nabla^2 \eta}{D_1} + \frac{1}{\lambda_1^2} \right] \frac{\partial \phi}{\partial t} + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{f}{D_1} \frac{\partial \eta}{\partial y} \left[\lambda_1^2 \nabla^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} - \left(\frac{g}{f^2} \nabla^2 \eta + 1 \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] \\ + \frac{f}{D_1} \frac{\partial \eta}{\partial x} \left[\lambda_1^2 \nabla^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} - \left(\frac{g}{f^2} \nabla^2 \eta + 1 \right) \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \frac{\partial}{\partial t}(\eta - b\phi) - \left[\frac{\nabla^2(\eta - b\phi)}{D_2} + \frac{1}{\lambda_2^2} \right] \frac{\partial}{\partial t}(\eta - \phi) + \beta \frac{\partial}{\partial x}(\eta - b\phi) \\ - \frac{f}{D_2} \frac{\partial}{\partial y}(\eta - b\phi) \left[\lambda_2^2 \nabla^2 \frac{\partial(\eta - b\phi)}{\partial x} - \left\{ \frac{g}{f^2} \nabla^2(\eta - b\phi) + 1 \right\} \frac{\partial(\eta - \phi)}{\partial x} \right] \\ + \frac{f}{D_2} \frac{\partial}{\partial x}(\eta - b\phi) \left[\lambda_2^2 \nabla^2 \frac{\partial(\eta - b\phi)}{\partial y} - \left\{ \frac{g}{f^2} \nabla^2(\eta - b\phi) + 1 \right\} \frac{\partial(\eta - \phi)}{\partial y} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

wobei

$$\lambda_1^2 = \frac{gD_1}{f^2}, \quad \lambda_2^2 = \frac{gD_2}{f^2}$$

ist. Jetzt denken wir uns den Fall, wo es in der x -richtung starke Grundströmung gibt, also

$$u_1 = U_1 + u_1' \quad v_1 = v_1' \quad (2.9)$$

$$u_2 = U_2 + u_2' \quad v_2 = v_2' \quad (2.10)$$

Überdies nehmen wir an, daß beide Geschwindigkeiten durch die geostrophische Annäherung approximiert werden können. Von G1.(2.1) und G1.(2.2) aus haben wir

$$\left. \begin{aligned} U_1 = -\frac{g}{f} \frac{\partial H_1}{\partial y}, \quad u_1' = -\frac{g}{f} \frac{\partial \eta'}{\partial y} \\ v_1' = +\frac{g}{f} \frac{\partial \eta'}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

$$\left. \begin{aligned} U_2 = -\frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial y} \{H_1 - b(H_1 - H_2)\}, \quad u_2' = -\frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial y} (\eta' - b\phi') \\ v_2' = +\frac{g}{f} \frac{\partial}{\partial x} (\eta' - b\phi') \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

weil

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 = H_1 + \eta_1', \quad \eta_2 = H_2 + \eta_2' \\ \eta = H_1 + \eta', \quad \phi = H_1 - H_2 + \phi' \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

ist. Setzen wir G1.(2.11) und G1.(2.12) in G1.(2.7) und G1.(2.8) ein, haben wir sofort die Gleichung für zusätzliche Störung:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \eta' + \left(\beta - \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \eta'}{\partial x} - \frac{\nabla^2 \eta'}{D_1} \frac{\partial}{\partial t} (H_1 - H_2) \\ & - \frac{1 - \frac{1}{f} \frac{\partial U_1}{\partial y}}{\lambda_1^2} \left[\frac{\partial \phi'}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \phi'}{\partial x} + \frac{U_2 - U_1}{b} \frac{\partial \eta'}{\partial x} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + U_2 \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 (\eta' - b\phi') + \left(\beta - \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\eta' - b\phi') - \frac{\nabla^2 (\eta' - b\phi')}{D_2} \frac{\partial H_2}{\partial t} \\ & - \frac{1 - \frac{1}{f} \frac{\partial U_2}{\partial y}}{\lambda_2^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\eta' - \phi') + U_2 \frac{\partial}{\partial x} (\eta' - \phi') \right. \\ & \left. + \frac{(1-b)U_1 - U_2}{b} \frac{\partial}{\partial x} (\eta' - b\phi') \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dabei ist aber vorausgesetzt, daß die Störung genug kleiner ist als der Grundstrom und die quadratische Glieder der zusätzlichen Störung sind vernachlässigt.

Gibt es keine Strömung in der unteren Schichte, so ergibt sich von G1.(2.14) aus durch G1.(2.6):

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \eta + \left(\beta - \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\nabla^2 \eta}{D_1} \frac{\partial (H_1 - H_2)}{\partial t} \\ & - \frac{1 - \frac{1}{f} \frac{\partial U_1}{\partial y}}{b\lambda_1^2} \left[\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \{H_1 - b(H_1 - H_2)\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Falls die Grundströmung nicht beschleunigt ist, so haben wir:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \eta + \left(\beta - \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1 - \frac{1}{f} \frac{\partial U_1}{\partial y}}{b\lambda_1^2} \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (2.17)$$

Handelt es sich um den Fall, wo es keine Divergenz der Geschwindigkeit gibt, so wird G1.(2.17):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \eta + \left(\beta - \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (2.18)$$

welche Kuo(1949) und Gambo(1950) betrachtet haben, um die Stabilität der planetarischen Welle zu erforschen. Ist der Grundstrom in y-richtung konstante, so ergibt sich von G1.(2.17) aus:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \eta + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{b\lambda_1^2} \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (2.19)$$

Handelt es sich einfach um homogenes Meer, so haben wir von G1.(2.12) aus:

$$b=1$$

weil $U_2=H_2=0$ ist. So nimmt G1.(2.19) die Form

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \eta + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\lambda_1^2} \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (2.20)$$

an, welche Yeh betrachtet hat (Yeh, 1949). Vernachlässigt man quadratische Glieder in G1.(2.7) und G1.(2.8), so ergibt sich

$$\nabla^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{1}{\lambda_1^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (2.21)$$

$$\nabla^2 \frac{\partial}{\partial t} (\eta - b\phi) - \frac{1}{\lambda_2^2} \frac{\partial}{\partial t} (\eta - \phi) + \beta \frac{\partial}{\partial x} (\eta - b\phi) = 0 \quad (2.22)$$

Das ist die Gleichung, die Charney (1955) erforscht hat. Handelt es sich um einfach homogenes Meer, so haben wir:

$$\nabla^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{1}{\lambda_1^2} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (2.23)$$

welche Arons und Stommel behandelt haben (Arons und Stommel, 1956).

Denken wir uns den Fall, wo es nicht beschleunigte Grundströmung nur in der oberen Schichte gibt und in der unteren Schichte gibt es nur Störung, die durch die Bewegung in der oberen Schichte veranlasst wird, so haben wir von G1.(2.14) und G1.(2.15) aus:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \eta + \left(\beta - \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ - \frac{1 - \frac{1}{f} \frac{\partial U_1}{\partial y}}{\lambda_1^2} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{U_1}{b} \frac{\partial}{\partial x} (\eta - b\phi) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \frac{\partial}{\partial t} (\eta - b\phi) + \beta \frac{\partial}{\partial x} (\eta - b\phi) \\ - \frac{1}{\lambda_2^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\eta - \phi) + \frac{a}{b} U_1 \frac{\partial}{\partial x} (\eta - b\phi) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

3. Zulässige planetarische Welle des Ozeans

Erstens betrachten wir G1.(2.21) und G1.(2.22) und suchen wir zulässige Frequenz und Wellenlänge im Ozeane. Multiplizieren wir G1.(2.21) mit willkürlicher Konstante α und addieren zu G1.(2.22), so haben wir

$$\nabla^2 \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{\gamma^2}{\lambda_1^2} \frac{\partial R}{\partial t} + \beta \frac{\partial R}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

wobei

$$R = \alpha \eta + (\eta - b\phi) \quad (3.2)$$

$$\gamma^2 R = \alpha \phi + r(\eta - \phi), \quad r = \frac{D_1}{D_2} \quad (3.3)$$

Eigentlich ist $r \left(= \frac{D_1}{D_2} = \frac{D_0 + \eta_1 - \eta_2}{D_0' + \eta^2} \right)$ die Funktion der Zeit, aber wir betrachten den Fall, wo η_2 und η_1 sehr kleiner als D_0' und D_0 ist. So dürfen wir r als konstant ansehen. Von G1.(3.2) und G1.(3.3) aus haben wir:

$$\gamma^2 = \frac{\alpha \phi + r(\eta - \phi)}{\alpha \eta + \eta - b\phi} \quad (3.4)$$

Um die willkürliche Konstante festzustellen, haben wir Gleichung

$$\gamma^2 = \frac{\alpha - r}{-b} = \frac{r}{1 + \alpha} \quad (3.5)$$

damit bekommen wir:

$$\alpha_1 = r - b \frac{r}{1+r} \approx r \quad (3.6)$$

$$\alpha_2 = -1 + b \frac{r}{1+r} \approx -1 \quad (3.7)$$

und

$$\gamma_1^2 = \frac{r}{1+r} \quad (3.8)$$

$$\gamma_2^2 = \frac{1+r}{b} - \frac{r}{1+r} \approx \frac{1+r}{b} \quad (3.9)$$

Somit ergibt sich aus Gl.(3.2), Gl.(3.3) und Gl.(3.4):

$$\eta_1 = \frac{R_1 - R_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \approx \frac{R_1 - R_2}{1+r} \quad (3.10)$$

Von Gl.(3.3) aus ergibt sich gleichfalls:

$$\eta_2 = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} [(1 - \gamma_1^2)R_1 - (1 - \gamma_2^2)R_2] \approx \frac{R_2}{b} \quad (3.11)$$

Dabei zeigt γ_1^2 barotropische und γ_2^2 baroklinische Schwingung der geschichteten Struktur des Meeres. Jetzt denken wir uns die Bewegung in der x -achse und nehmen wir die Welle an:

$$R = A e^{i(\omega t - kx)} \quad (3.12)$$

Setzt man sie in Gl.(3.1) ein, so ergibt sich:

$$c = \frac{\omega}{\kappa} = - \frac{\beta}{\kappa^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2} \quad (3.13)$$

und die Gruppengeschwindigkeit nimmt die Form

$$G = \frac{d\omega}{d\kappa} = \beta \frac{\kappa^2 - \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2}{\left[\kappa^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2\right]^2} = c \left[\frac{2\left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2}{\kappa^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2} - 1 \right] \quad (3.14)$$

an. Hier ist es zu beachten, daß die Phasengeschwindigkeit immer negativ ist, also die Welle immer westwärts fortschritt, aber die Gruppengeschwindigkeit positiv oder negativ sein kann, jenachdem κ größer oder kleiner als $\left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)$ ist. Also haben wir:

$$\begin{aligned} \text{Für } \kappa > \frac{\gamma_i}{\lambda_1}, \quad G_i > 0 & \quad \text{ostwärts} \\ \kappa < \frac{\gamma_i}{\lambda_1}, \quad G_i < 0 & \quad \text{westwärts} \end{aligned}$$

Gl.(3.13) zeigt, daß es in jeder Mode ($i=1,2$) zwei verschiedene κ gibt, welche

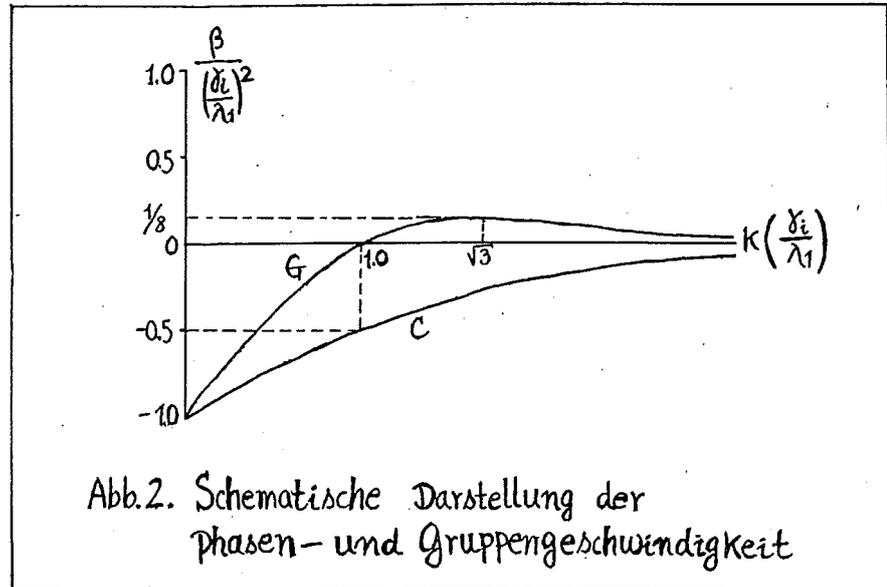


Abb. 2. Schematische Darstellung der Phasen- und Gruppengeschwindigkeit

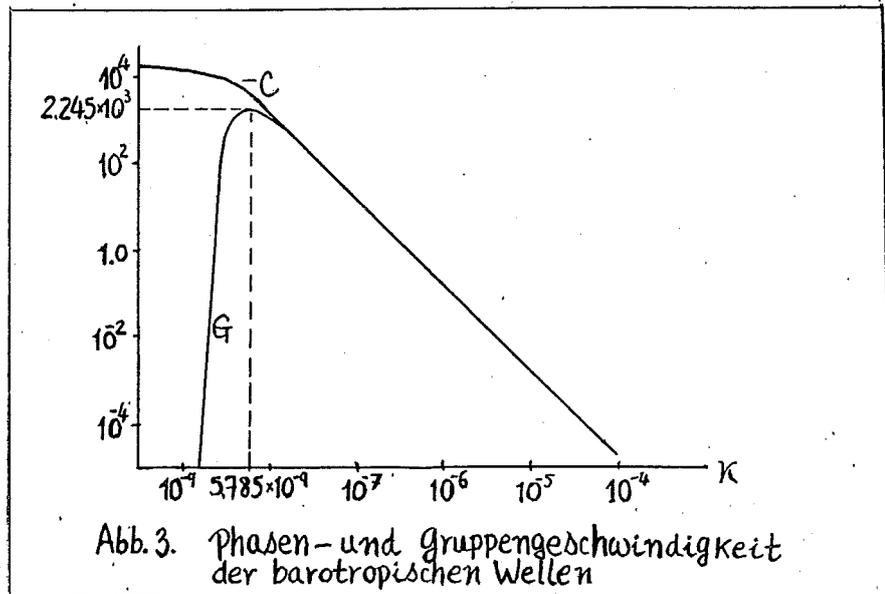


Abb. 3. Phasen- und Gruppengeschwindigkeit der barotropischen Wellen

denselben ω hat, also:

$$\kappa_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\omega^2 \left(\frac{r}{\lambda_1}\right)^2}}{2\omega} \quad (3.15)$$

$$\kappa_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 4\omega^2 \left(\frac{r}{\lambda_1}\right)^2}}{2\omega} \quad (3.16)$$

Stellen wir uns vor wie Arons und Stommel, daß es zwei Wände in der x -richtung um L entfernt gibt. Am Wand ist die Beziehung zu erfüllen

$$x=0, \quad \text{und} \quad x=L, \quad u_1=u_2=0 \quad (3.17)$$

Andererseits haben wir durch die geostrophische Annäherung von Gl.(1.2) und

G1.(1.5) aus

$$\frac{g}{f} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t \partial x} + f u_1 = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{g}{f} \frac{\partial^2 (\eta - b\phi)}{\partial t \partial x} + f u_2 = 0 \quad (3.19)$$

Denken wir uns den Fall, wo zwei verschiedene Wellen nach Westen fortschreiten. Durch einfache Rechnung ist es zu sehen, daß folgende Gleichung durch G1.(3.17) und G1.(3.18) entstehen muß:

$$\kappa_{2n} L = \kappa_{1n} L + 2n\pi \quad (3.20)$$

Setzt man G1.(3.15) und G1.(3.16) in G1.(3.20) ein, so ergibt sich die zulässige Welle

$$\omega_n^{(\gamma)} = \frac{\beta \lambda_1}{2} \frac{1}{\left[\gamma^2 + n^2 \frac{\pi^2 \lambda_1^2}{L^2} \right]^{1/2}} \quad (3.21)$$

und

$$T_n^{(\gamma)} = \frac{4\pi f}{\beta \sqrt{g D_1}} \left[\gamma^2 + n^2 \frac{\pi^2 g D_1}{L^2 f^2} \right]^{1/2} \quad (3.22)$$

Die Wellenlänge wird folgendermaßen gegeben:

$$A_{1n} = \frac{2\pi}{\beta \frac{T_n^{(\gamma)}}{4\pi} - n \frac{\pi}{L}} \quad (3.23)$$

$$\pi_{2n} = \frac{2\pi}{\beta \frac{T_n^{(\gamma)}}{4\pi} - n \frac{\pi}{L}} \quad (3.24)$$

Wenn die Tiefe der unteren Schichte so groß, daß der Druck dort konstante ist, so haben wir die Gleichung zu betrachten:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t \partial x^2} + \beta \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{b \lambda_1^2} \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (3.25)$$

In diesem Fall wird die Phasengeschwindigkeit:

$$C = - \frac{\beta}{\kappa^2 + \left(\frac{1}{b \lambda_1} \right)^2} \quad (3.26)$$

Die Periode nimmt die Form

$$T_n^{(b)} = \frac{4\pi f}{\beta \sqrt{g D_1}} \left[\left(\frac{1}{b} + n^2 \frac{\pi^2 g D_1}{L^2 f^2} \right)^{1/2} \right] \quad (3.27)$$

an. Handelt es sich ums homogene Meer, so haben wir G1.(2.23) zu betrachten und ergibt sich daraus:

$$C = - \frac{\beta}{\kappa^2 + \left(\frac{1}{\lambda_1} \right)^2} \quad (3.28)$$

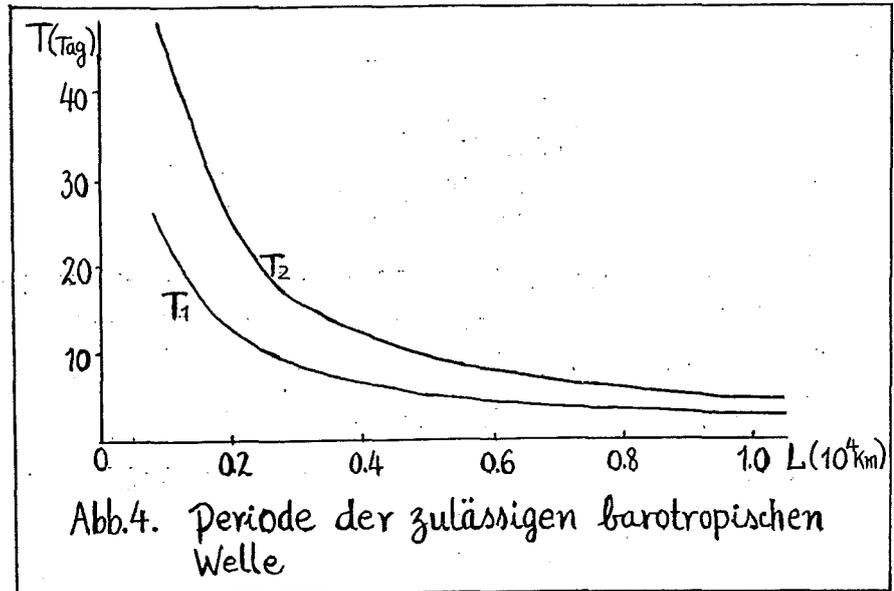


Abb.4. Periode der zulässigen barotropischen Welle

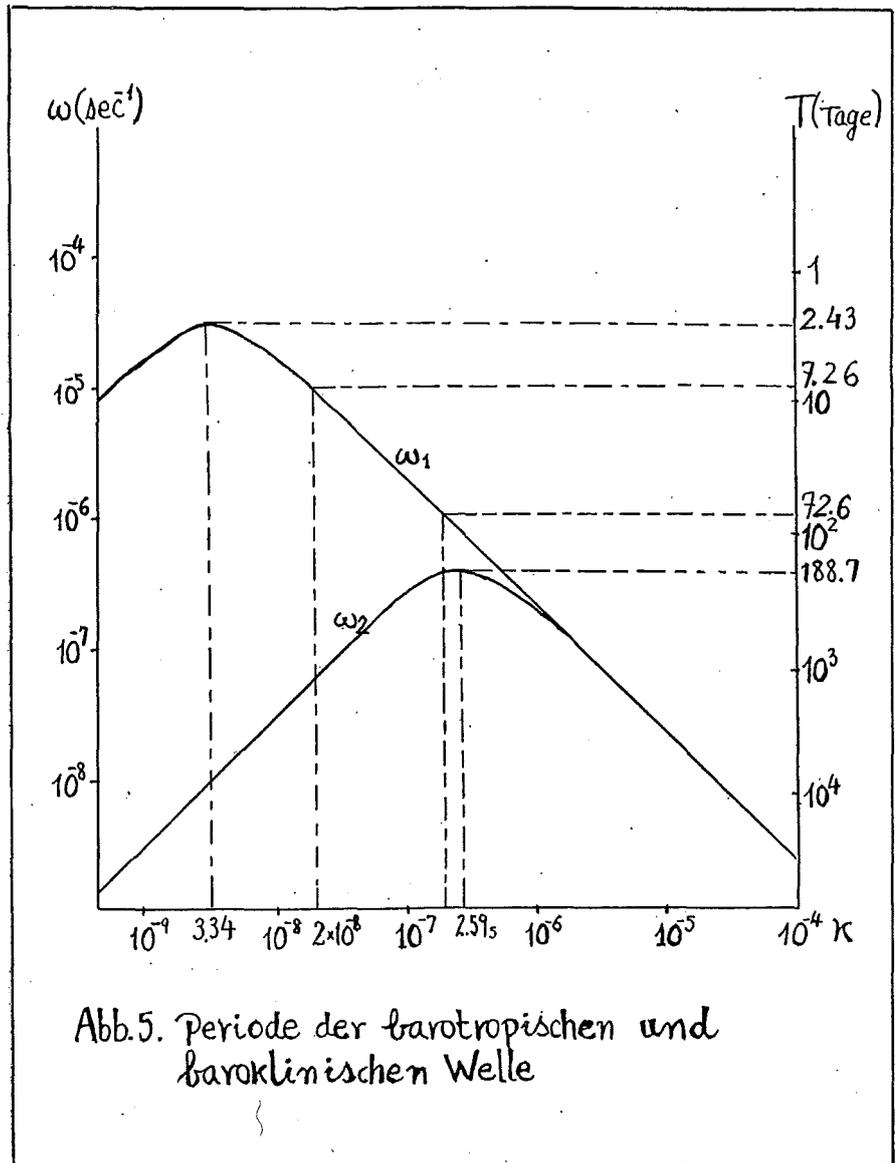


Abb.5. Periode der barotropischen und baroklinischen Welle

$$T_n^{(0)} = \frac{4\pi f}{\beta \sqrt{gH}} \left[1 + n^2 \frac{\pi^2 gH}{L^2 f^2} \right]^{1/2} \quad (3.29)$$

Nimmt man die Zahl $r=0.1$, $H=4000$ m und $D_1=400$ m an, so haben wir

$$T_n^{(r_2)} = 1.391 \times 10^7 \left[1.375 + 2.01 \left(\frac{n}{L} \right)^2 \times 10^{14} \right]^{1/2} \quad (3.30)$$

$$T_n^{(b)} = 1.391 \times 10^7 \left[1.250 + 2.01 \left(\frac{n}{L} \right)^2 \times 10^{14} \right]^{1/2} \quad (3.31)$$

$$T_n^{(0)} = 1.391 \times 10^5 \left[2.50 + 2.01 \left(\frac{n}{L} \right)^2 \times 10^{18} \right]^{1/2} \quad (3.32)$$

$$T_n^{(r_1)} = 1.391 \times 10^5 \left[2.27 + 2.01 \left(\frac{n}{L} \right)^2 \times 10^{18} \right]^{1/2} \quad (3.33)$$

Falls $L > 1000$ km, $n < 4$ ist, so wird $T_n^{(r_2)}$ und $T_n^{(b)}$ konstant:

$$T_n^{(r_2)} = 178 \text{ Tage} \quad A_n^{(r_2)} = 256 \text{ km}$$

$$T_n^{(b)} = 177 \text{ Tage} \quad A_n^{(b)} = 258 \text{ km}$$

Im geschichteten Meer ergibt sich zwei verschiedene Mode der Welle. Eine hat kurze Periode und lange Wellenlänge (barotropische Welle), andere hat lange Periode und kurze Wellenlänge (baroklinische Welle).

Im Ozean mit der Größe von 8,000 km bis 10,000 km ist die Periode der zulässigen Schwingung in x -richtung für barotropische 3~4 Tage und für baroklinische unabhängig von der Länge des Meeres etwa 1/2 Jahr.

4. Zeitliche Veränderung des geostrophischen Stroms

TABELLE 1. WELLENLÄNGE, PERIODE UND PHASENGESCHWINDIGKEIT DER BAROTROPISCHEN WELLE.

L(km)	T(Tag)	C(km/Tag)
3140	7.26	432
1570	14.52	108
628	36.30	17
314	72.60	4.3

Von Gl.(3.13) und Tabelle 1 aus ist zu ersehen, daß die planetarische Welle, welche etwa 300 km bis 3,000 km Wellenlänge hat, längere Periode mehr als eine Woche besitzt. Jetzt betrachten wir durch Gl.(3.1) die zeitliche Veränderung des Stromes als die Summe der planetarischen Wellen:

$$\nabla^2 \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{r^2}{\lambda_1^2} \frac{\partial R}{\partial t} + \beta \frac{\partial R}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

Nehmen wir an, daß der Anfangswert von $R(x, y, t)$ wie folgt durch die Fouriersche Transformation gegeben wird:

$$R(x, y, 0) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(k, \lambda) e^{-i(kx + \lambda y)} dk d\lambda \quad (4.1)$$

wobei

$$F(k, \lambda) = \iint_{-\infty}^{\infty} R(\xi, \eta, 0) e^{i(k\xi + \lambda\eta)} d\xi d\eta \quad (4.2)$$

ist. Damit wird die Lösung von Gl.(3.1) folgendermaßen gegeben:

$$R(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\kappa, \lambda) e^{-\left[\kappa x + \lambda y + \frac{\beta \kappa t}{\kappa^2 + \lambda^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2} \right]} d\kappa d\lambda \quad (4.3)$$

Es ist dabei leicht zu ersehen, daß die Frequenz im zwei dimensionalen Fall für dasselben κ kleiner wird als im eindimensionalen Fall.

Als ein Beispiel betrachten wir folgenden Anfangswert:

$$R(\xi, \eta, 0) = \frac{h}{1+a^2\xi^2} \cdot \frac{b\eta - A \sin \mu \xi}{1+b^2\eta^2} \quad (4.4)$$

so haben wir

$$\begin{aligned} R(x, y, t) = & \frac{h}{ab} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{\lambda}{b} + \frac{\kappa}{a}\right)} \sin \lambda y \cos \kappa \left\{ x + \frac{\beta t}{\kappa^2 + \lambda^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2} \right\} d\kappa d\lambda \\ & - \frac{Ah}{2ab} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{\lambda}{b} + \frac{\kappa}{a}\right)} \cos \lambda y \left\{ \sin \left\{ (\kappa + \mu)x + \frac{\beta \kappa t}{(\kappa - \mu)^2 + \lambda^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2} \right\} \right. \\ & \left. - \sin \left\{ (\kappa - \mu)x + \frac{\beta \kappa t}{(\kappa + \mu)^2 + \lambda^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2} \right\} \right\} d\kappa d\lambda \quad (4.5) \end{aligned}$$

Am Anfangspunkt haben wir sofort:

$$\begin{aligned} R(0, 0, t) = & -\frac{Ah}{2ab} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{\lambda}{b} + \frac{\kappa}{a}\right)} \left\{ \sin \frac{\beta \kappa t}{(\kappa - \mu)^2 + \lambda^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2} \right. \\ & \left. - \sin \frac{\beta \kappa t}{(\kappa + \mu)^2 + \lambda^2 + \left(\frac{\gamma}{\lambda_1}\right)^2} \right\} d\kappa d\lambda \quad (4.6) \end{aligned}$$

Es ist zu sehen, daß der Beitrag der Welle von gleicher Größenordnung mit μ zur zeitlichen Veränderung des Feldes am größten ist.

Schrifttum

- Arons, A. B. and Stommel, H. 1956, Deep-Sea Res., 4(1) 23-31.
 Charney, J. G. 1955, J. Mar. Res., 14(4) 477-498.
 Fofonoff, N. P. 1954, J. Mar. Res., 13(3) 254-262.
 Gambo, K. 1950, Geophys. Notes, Tokyo Univ., 3(29).
 Kuo, H. 1949, J. Met., 6(1) 105-122.
 Veronis, G. and Stommel, H. 1956, J. Mar. Res., 15(1) 43-75.
 Yeh, T. 1949, J. Met., 6(1) 1-16.