REPORT OF HYDROGRAPHIC RESEARCHES No. 13, March, 1978

重力異常のブロック平均値を求める統計的方法について

我如古康弘*

A STATISTICAL METHOD FOR ESTIMATION OF BLOCK GRAVITY MEANS

Yasuhiro Ganeko*

Received 1977 October 12

Abstract

The block gravity means are necessary for the computations of geoid, deflection of the vertical and other quantities gravimetrically. The block means can be estimated by a linear combination of point observations, e.g., gravities and topographical data. The coefficients of the linear combination are calculated by the least-squares method to minimize the estimation error. The topographical data are feasible only when a relation between gravity and topography is available. As gravity and topography are often correlated linearly (Fig. 1), it may be effective to utilize the topographical data in estimation of point gravities and block gravity means.

In order to apply the least-squares method, various covariance functions are needed, e.g., gravity-gravity, gravity-topography, topography-topography, and point-point, point-block, block-block covariances. When a covariance function of point gravity anomaly and a relation between gravity anomaly and topography are known, most of the covariance functions are calculated from the covariance function of point gravity anomaly (as shown in eqs. (12), (14), (16), (17) and (38)), adding the error covariance functions (N in eq. (12) and U in eq. (15)). Therefore, the covariance function of point gravity anomaly is basically important.

The estimation error of block mean of free-air anomaly is the sum of those of Bouguer anomaly and topographical height. As Bouguer anomaly is usually less scattered than free-air anomaly, the estimation error of block mean of Bouguer anomaly is expected to be smaller than that of free-air anomaly. Therefore, when accurate block means of topographical height are available, it is effetive to estimate the block mean of free-air anomaly through Bouguer anomaly (eq. (24)). In this case, the estimation error of block mean of free-air anomaly becomes the same as that of Bouguer anomaly (eq. (25)).

The representation error is defined as the error of estimation of the block mean when a point value in the block is taken as the mean value of the block. Concerning the representation error, the situation of error quantities existing among the representation errors of free-air anomaly ($\overline{m_F^2}$), of Bouguer anomaly ($\overline{m_B^2}$) and of topographical height ($\overline{m_H^2}$) is the same as the case of the estimation error mentioned above (see eq. (32)). A

* 白浜水路観測所 Sirahama Hydrographic Observatory

covariance function of the local gravity anomaly in Japan (eq. (33)) obtained from the deflection of the vertical is used to estimate the representation error of free-air anomaly (by eq. (29)). The estimated representation errors for various block sizes are compared with the actual data obtained by Ono (1976) from gravity distribution in certain areas (Table 1: the 3rd row (estimation) and the 4th row (actual), and Fig. 3). The coincidence between the estimated and actual values are quite satisfactory for larger blocks of 10km square, but for smaller blocks, the opposite is true. The covariance function (eq. (33)) should be modified for the part near the origin because it has not a zero first-derivative at the origin. The zero first-derivative is a reasonable requirement from the physical characteristic of the anomaly field.

In the ocean areas, since the density of gravity measurements is small, the utilization of depth data may also be effective to estimate better block gravity means there. The depth data are converted to gravity anomalies through conversion function (such as Fig. 6 by McKenzie and Bowin, 1976). Although this kind of conversion function has not been tested widely, we may expect that the depth data can be used effectively in estimating the block gravity means in the ocean areas.

Key words: *block gravity mean.*

1. はじめに

重力異常からジオイドを計算するには，ストークス積分

$$N=\frac{R}{4\pi G}\iint \Delta g S(\Psi)d\sigma \tag{1}$$

を利用する．R および G はそれぞれ地球の平均半径，地表の平均重力であり，Δgはフリーエア重力異常，Sはストークス関数である．この場合，重力値は地球全表面上で連続的に与えなければならない．これは実際上不可能であるため，(1)を和の形で表わして，

$$N=\frac{R}{4\pi G}\sum_i \overline{\Delta g_i} q_i \tag{2}$$

$$q_i=\iint_{\sigma_i} S(\Psi)d\sigma$$

を使って近似的に計算する．$\overline{\Delta g_i}$ はある広さの領域（ブロック）のフリーエア重力異常の平均値，σ_i はそのブロックの面積である．また，Ψはジオイド高を計算しようとする点から，i 番目のブロック内の面積素 $d\sigma$ までの地心角距離である．しかし，$\overline{\Delta g}$ を地球全表面上で与えることもまた現在のところ不可能であるので，ジオイド高を計算しようとする点からある距離以上離れている所（$\Psi>10°\sim30°$）では，人工衛星の軌道解析や地表重力値などを組み合せて得られた地球重力場の球面調和関数による展開係数を利用することが通常行われる．現在のところ，得られている展開係数の最高次数は，25〜30である．重力ジオイドの具体的な計算方法については，Rapp and Rummel (1975) に計算の誤差源などと共に良くまとめられている．

重力の測定を面的，連続的に実施することは不可能であり，また，広大な大洋を高密度で重力測定を行うことも困難なことである．従って，ある広さのブロックでの平均値は，そのブロック中またはその付近に分布した点観測から何らかの方法で推定しなければならない．言いかえれば，ブロック平均値

$$\overline{\Delta g}=\frac{1}{S}\iint \Delta g d\sigma$$

S：ブロックの面積（以下 S がストークス関数を表わすことはない）

を求めるということは，ブロック内の任意の点における値を補間することと同等の問題である．重力値の補間法については既に多く議論されてきているが，ここでは，最小2乗推定法をもとにしてブロック平均値を得る方法を少し詳しく論じてみることとしたい．

2. 最小2乗推定法によるブロック平均値の推定

陸上における重力データによれば，重力値と地形高度とはかなり良い直線相関を示している（例えば，Yokoyama and Tajima, 1957; Rikitake et al., 1965)，(Fig. 1参照)．この直線相関から，高度 h（メートル）の地点における重力値は近似的に

$$g_h=\gamma_0-0.3086h+2\pi k^2\rho h \tag{3}$$

γ_0 ：基準楕円体面上の標準重力値

ρ ：地殻の平均密度

k^2 ：重力定数

と表わされる．これからフリーエア重力異常と地形高度も直線相関関係にあり，直線の傾きは $2\pi k^2\rho$ である．このことは，ブーゲ異常 $\Delta g''=\Delta g-th$ $(t=2\pi k^2\rho)$ が，フリーエア異常よりもなめらかな変化を示すことを意味している．

結局，ある地点のフリーエア異常は，その周囲のフリーエア異常と地形によってある程度推定できると考えても良いであろう．

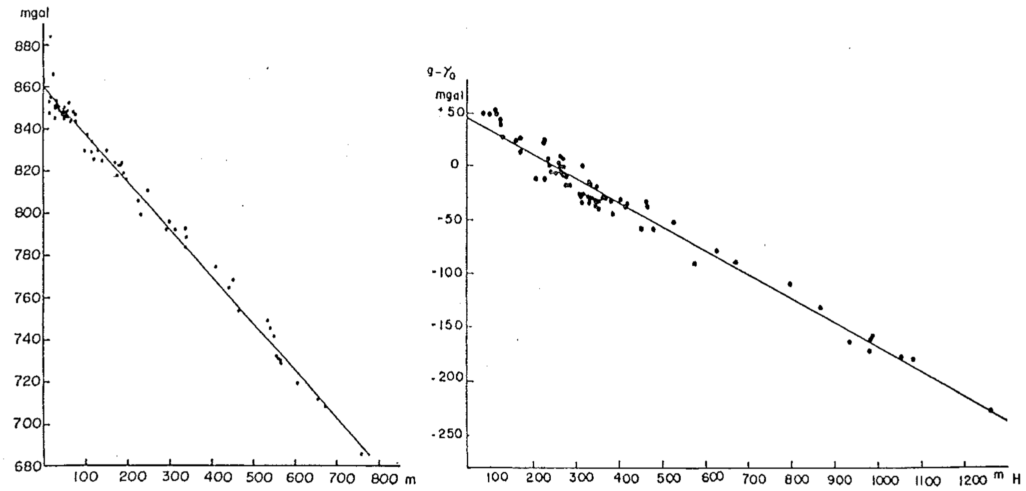

Figure 1 Relation between observed gravity and height,
(a) for Volcano Mihara (after Yokoyama and Tajima, 1957)
(b) for Onikobe area, Miyagi Prefecture (after Rikitake et al., 1965)

そこで，フリーエア異常のブロック平均値 $\overline{\Delta g}$ が，そのブロック内またはブロックの周辺に分布するフリーエア異常値と地形高度の線型結合によって推定されるとする．

$$\overline{\Delta g}^{\simeq}=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\Delta g_i+\sum_{l=1}^{K}\beta_l h_l \tag{4}$$

Δg_i, h_l はそれぞれ誤差を含む点重力値と地形高度，$\overset{\simeq}{\overline{\Delta g}}$ はブロック平均値の推定値である．真のブロック平均値 $\overline{\Delta g}^{\circ}$ と (4) との差が推定誤差を与える．その推定誤差の平均2乗値は，平均をとる操作を記号 $M\{\ \ \}$ によって

表わすとして，

$$m^2=M\{(\overline{\Delta g}^\circ-\overline{\overline{\widetilde{\Delta g}}})^2\}$$

$$=M\{\overline{\Delta g}^{\circ 2}\}-2\sum_{i=1}^{N}\alpha_i M\{\overline{\Delta g}^\circ \Delta g_i\}-2\sum_{l=1}^{K}\beta_l M\{\overline{\Delta g}^\circ h_l\}+2\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{K}\alpha_i\beta_l M\{\Delta g_i h_l\}$$

$$+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\alpha_i\alpha_j M\{\Delta g_i \Delta g_j\}+\sum_{l=1}^{K}\sum_{m=1}^{K}\beta_l\beta_m M\{h_l h_m\}$$

$$=\overline{\overline{C}}^{00}-2\sum_i \alpha_i \overline{C}_i^\circ-2\sum_l \beta_l \overline{B}_l^\circ+2\sum_i\sum_l \alpha_i\beta_l B_{il}+\sum_i\sum_j \alpha_i\alpha_j C_{ij}+\sum_l\sum_m \beta_l\beta_m H_{lm} \quad (5)$$

と書くことができる．ここで，C, H はそれぞれ重力異常と地形高度の自己相関関数，$\overline{C}$, $\overline{B}$ は重力異常ブロック平均値と点重力異常，点地形高度との相互相関関数である．$\overline{\overline{C}}$ は重力異常のブロック平均値の平均２乗値（variance）であり，肩のゼロは真の値に対するものであることを意味する．(5)を最小にする $\alpha_i(i=1\sim N)$, $\beta_l(l=1\sim K)$ は，

$$\frac{\partial m^2}{\partial \alpha_i}=0,\quad i=1\sim N;\qquad \frac{\partial m^2}{\partial \beta_l}=0,\quad l=1\sim K$$

から

$$\left.\begin{aligned}&-\overline{C}_i^\circ+\sum_j \alpha_j C_{ij}+\sum_l \beta_l B_{il}=0,\quad i=1\sim N\\&-\overline{B}_l^\circ+\sum_i \alpha_i \beta_{il}+\sum_m \beta_m H_{lm}=0,\quad l=1\sim K\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

という未知数 $N+K$ 個の連立一次方程式から得られる．(6)を行列表示で書くために

$$\boldsymbol{C}_{gg}=\begin{pmatrix}C_{11} & C_{12}\cdots C_{1N}\\ C_{21} & C_{22}\ddots \vdots\\ \vdots & \\ C_{N1}\cdots\cdots & C_{NN}\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{H}_{hh}=\begin{pmatrix}H_{11} & H_{12}\cdots H_{1K}\\ H_{21} & H_{22}\ddots \vdots\\ \vdots & \\ H_{K1}\cdots\cdots & H_{KK}\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{B}_{gh}=\begin{pmatrix}B_{11} & B_{12}\cdots B_{1K}\\ B_{21} & B_{22}\ddots \vdots\\ \vdots & \\ B_{N1}\cdots\cdots & B_{NK}\end{pmatrix}=\boldsymbol{B}_{hg}{}^T$$

$$\overline{\boldsymbol{C}_g}^\circ=\begin{pmatrix}\overline{C_1}^\circ\\ \overline{C_2}^\circ\\ \vdots\\ \overline{C_N}^\circ\end{pmatrix},\quad \overline{\boldsymbol{B}_h}^\circ=\begin{pmatrix}\overline{B_1}^\circ\\ \overline{B_2}^\circ\\ \vdots\\ \overline{B_K}^\circ\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{\alpha}=\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \vdots\\ \alpha_N\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \vdots\\ \beta_K\end{pmatrix}$$

と置けば，(6)は

$$\underset{\substack{\parallel\\ \boldsymbol{A}}}{\begin{pmatrix}\boldsymbol{C}_{gg} & \boldsymbol{B}_{gh}\\ \boldsymbol{B}_{hg} & \boldsymbol{H}_{hh}\end{pmatrix}}\underset{\substack{\parallel\\ \boldsymbol{X}}}{\begin{pmatrix}\boldsymbol{\alpha}\\ \boldsymbol{\beta}\end{pmatrix}}=\underset{\substack{\parallel\\ \overline{\boldsymbol{R}}}}{\begin{pmatrix}\overline{\boldsymbol{C}_g}^\circ\\ \overline{\boldsymbol{B}_h}^\circ\end{pmatrix}} \quad (7)$$

と書ける．$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{X}$, $\overline{\boldsymbol{R}}$ を使って

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}=\overline{\boldsymbol{R}},\quad \boldsymbol{X}=\boldsymbol{A}^{-1}\overline{\boldsymbol{R}} \quad (8)$$

で α, β が得られる．このときのブロック平均値の推定誤差の平均２乗値は

$$m^2=\overline{\overline{C}}^{00}-\overline{\boldsymbol{R}}^T\boldsymbol{A}^{-1}\overline{\boldsymbol{R}} \quad (9)$$

で与えられる．地形高度を利用しない場合には，(7)，(8)，(9)はそれぞれ

$$\boldsymbol{C}_{gg}\boldsymbol{\alpha}=\overline{\boldsymbol{C}}^\circ{}_g,\quad \boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{C}_{gg}{}^{-1}\overline{\boldsymbol{C}_g}^\circ,\quad m^2=\overline{\overline{C}}^{00}-\overline{\boldsymbol{C}_g}^{\circ T}\boldsymbol{C}_{gg}{}^{-1}\overline{\boldsymbol{C}_g}^\circ \quad (10)$$

となる．

先に述べたように，重力異常と地形高度の相関を考慮すれば，地形高度 h は

$$h=a\Delta g+b+n$$

と表現できる，ここで，a, b は定数，n は Δg とは無関係な変数で，その平均値は0である．Δg と h の原点を適当に選んで共に平均値が0となるようにすれば，$b=0$ となり

$$h=a\Delta g+n \tag{11}$$

となる．この関係を用いれば，Δg と n とは独立であるから（地形高度を与える点は添字を右上に付ける）

$$\begin{aligned}\overline{B}_l{}^{\circ}&=M\{\overline{\Delta g}{}^{\circ}h_l\}=aM\{\overline{\Delta g}{}^{\circ}\Delta g^l\}+M\{\overline{\Delta g}{}^{\circ}n^l\}=a\overline{C}{}^{\circ l}\\ B_{il}&=M\{\Delta g_i h_l\}=aC_i{}^l\end{aligned} \tag{12}$$

$$H_{lm}=M\{h_lh_m\}=a^2C^{lm}+N^{lm},\quad N^{lm}=M\{n_ln_m\}$$ ：n の自己相関関数

を得る．(12)を(7)の行列表現に入れて

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{C}_{gg} & a\boldsymbol{C}_{gh}\\ a\boldsymbol{C}_{hg} & a^2\boldsymbol{C}_{hh}+\boldsymbol{N}_{hh}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\boldsymbol{\alpha}\\ \boldsymbol{\beta}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\overline{\boldsymbol{C}}_g{}^{\circ}\\ a\overline{\boldsymbol{C}}_h{}^{\circ}\end{pmatrix}$$

と書ける．$a\boldsymbol{C}_{gh}$ は $\boldsymbol{B}_{gh}$ の要素を aC_{il} で置き換えたもの，$\boldsymbol{N}_{hh}$ は要素が N^{lm} である行列等，行列の内容は明らかであろう．$\boldsymbol{\beta}'=a\boldsymbol{\beta}$ と書き変えれば

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{C}_{gg} & \boldsymbol{C}_{gh}\\ \boldsymbol{C}_{hg} & \boldsymbol{C}_{hh}+\frac{1}{a^2}\boldsymbol{N}_{hh}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\boldsymbol{\alpha}\\ \boldsymbol{\beta}'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\overline{\boldsymbol{C}}_g{}^{\circ}\\ \overline{\boldsymbol{C}}_h{}^{\circ}\end{pmatrix} \tag{13}$$

となる．

3. $\overline{C}$ と $\overline{\overline{C}}$

第2節で述べた方法を重力異常のブロック平均値の推定に利用するためには各種の自己または相互相関関数が必要となる．$\overline{C}$ と $\overline{\overline{C}}$ は次のように，重力異常の自己相関関数 C から求められる (Heiskanen and Moritz, 1967)．今，ブロック Σ の面積を S として，$\overline{C}$ の定義から

$$\begin{aligned}\overline{C}_p{}^{00}&=M\{\overline{\Delta g}{}^{\circ}\Delta g_p{}^{\circ}\}=M\{\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}\Delta g^{\circ}(\boldsymbol{X})d\sigma\ \ \Delta g^{\circ}(\boldsymbol{X}_p)\}\\ &=\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}M\{\Delta g^{\circ}(\boldsymbol{X})\Delta g^{\circ}(\boldsymbol{X}_p)\}d\sigma=\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}C^{00}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}_p)d\sigma\end{aligned} \tag{14}$$

となる．$C^{00}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}_p)$ は，ブロック Σ 内の面積素 $d\sigma$ の位置 $(\boldsymbol{X})$ と点 $P(\boldsymbol{X}_p)$ との間の，真の重力異常値の相関関数であり，距離 $|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{X}_p|$ のみの関数である（最近の研究では方位の関数でもあるとした方が良いという結果も得られているようであるが，ここではこの異方性は無視することとする）．実際には真の重力異常は不明であるので，観測値を使って相関関数を計算することになる．そこで，観測値が，

$$\Delta g=\Delta g^{\circ}+u$$

というように，真の値と，重力値とは独立なランダムな誤差 u とから成りたっているとすれば，観測値から得られる重力異常の自己相関関数は

$$C_{ij}=M\{\Delta g_i\Delta g_j\}=M\{\Delta g_i{}^{\circ}\Delta g_j{}^{\circ}\}+M\{u_iu_j\}$$

$$=C_{ij}{}^{00}+U_{ij} \tag{15}$$

となり，真の自己相関関数に誤差の自己相関関数が加わった形となる．(15)を使って

$$\overline{C_p}{}^{\circ}=M\{\overline{\Delta g}{}^{\circ}\Delta g_p\}=\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}M\{\Delta g^{\circ}(\boldsymbol{X})(\Delta g^{\circ}(\boldsymbol{X}_p)+u(\boldsymbol{X}_p))\}\,d\sigma$$

$$=\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}C^{00}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}_p)\,d\sigma=\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}C(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}_p)\,d\sigma-\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}U(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}_p)\,d\sigma$$

$$=\overline{C_p}-\overline{U_p} \tag{16}$$

を得る．同様にして

$$\overline{\overline{C}}=M\left\{\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}\Delta g(\boldsymbol{X})\,d\sigma\frac{1}{S}\iint_{\Sigma}\Delta g(\boldsymbol{X}')\,d\sigma'\right\}=\frac{1}{S^2}\iint_{\Sigma}\iint_{\Sigma}M\left\{\Delta g(\boldsymbol{X})\Delta g(\boldsymbol{X}')\right\}d\sigma\,d\sigma'$$

$$=\frac{1}{S^2}\iint_{\Sigma}\iint_{\Sigma}C(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}')\,d\sigma d\sigma'=\frac{1}{S^2}\iint_{\Sigma}\iint_{\Sigma}C^{00}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}')\,d\sigma\,d\sigma'+\frac{1}{S^2}\iint_{\Sigma}\iint_{\Sigma}U(\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}')\,d\sigma\,d\sigma'$$

$$=\overline{\overline{C}}{}^{00}+\overline{\overline{U}} \tag{17}$$

となる．(5)等の第2節の各式に現れる$\overline{\overline{C}}{}^{00}$, $\overline{C}{}^{0}$は，(16)，(17)のように観測値から得られる自己相関関数Cから求められる$\overline{\overline{C}}$, $\overline{C}$で置き換える ($\overline{C}{}^{0}\to\overline{C}-\overline{U}$, $\overline{\overline{C}}{}^{00}\to\overline{\overline{C}}-\overline{\overline{U}}$) 必要がある．しかし，誤差の自己相関関数を得ることは実際上かなり困難なことであるので，近似として

$$\begin{aligned} U_{ij}&=u^2 \qquad i=j \\ &=0 \qquad i\neq j \\ \overline{\overline{U}}&=\overline{u^2} \qquad , \ \overline{U}=0 \end{aligned}$$

等，経験的に与えることも考えられる．

4. ブーゲ異常を介してのフリーエアブロック平均値の推定

まず(4)で高度を重力異常と同一地点のみで与えるとすれば，(13)のC_{gh}, C_{hg}, C_{hh}はすべてC_{gg}に等しくなり，$\boldsymbol{\beta}'=0$を得ることになる．すなわち，(11)の関係がある場合には地形高度を与える必要はないことになる．重力異常の相関関数が知られている限り，他の不確定な要素を含む情報は持ち込まない方が良いことは明らかであろう．しかし，重力異常の相関関数に不確実さがある場合，比較的変化の小さいブーゲ異常を介して重力値を補間する方が精度が良いこともあると考えられる．

ブーゲ異常を

$$\Delta g''=\Delta g-th \tag{18}$$

で定義する．Δg, h は(11)と同様，共に平均値が0となるように原点を移動したものとし，t はブーゲ異常と地形高度との相関を0にする値とする．(18)から，ブーゲ異常と地形高度との相関は

$$M\{\Delta g''_i h_l\}=M\{\Delta g_i h_l\}-tM\{h_i h_l\}=B_{il}-tH_{il}=0$$

から

$$t=\frac{B_{il}}{H_{il}} \tag{19}$$

また，(11)と逆の関係

$$\Delta g=\frac{1}{a}h+k \tag{20}$$

k：h とは独立な変数

が成立するので，(20)から

$$M\{h_l \Delta g_i\} = \frac{1}{a} M\{h_l h_i\} + M\{h_l k_i\}$$

$$B_{il} = \frac{1}{a} H_{il} \tag{21}$$

(19)と(21)から

$$t = \frac{1}{a}$$

となる．よって(18)と(20)から，ブーゲ異常は $\Delta g'' = \Delta g - th = k$ となり変数 k と等しくなる．

ブーゲ異常のブロック平均値を点ブーゲ異常の線型結合

$$\tilde{\tilde{\Delta g}}'' = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \Delta g_i'' = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i k_i \tag{22}$$

で推定するとする．この推定値と，真のブロック平均値 $\overline{\Delta g}'' = \overline{\Delta g} - t\bar{h} = \bar{k}$ との差の平均2乗値

$$m_B{}^2 = M\{(\overline{\Delta g}'' - \tilde{\tilde{\Delta g}}'')^2\} = M\{(\bar{k} - \sum_i \alpha_i k_i)^2\}$$

$$= M\{\bar{k}^2\} - 2\sum_i \alpha_i M\{\bar{k} k_i\} + \sum_i \sum_j \alpha_i \alpha_j M\{k_i k_j\}$$

$$= \bar{\bar{K}} - 2\sum_i \alpha_i \bar{K}_i + \sum_i \sum_j \alpha_i \alpha_j K_{ij}$$

を最小にする係数 α を求める．

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{pmatrix}, \quad \overline{\boldsymbol{K}} = \begin{pmatrix} \bar{K}_1 \\ \bar{K}_2 \\ \vdots \\ \bar{K}_N \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{K} = \begin{pmatrix} K_{11} K_{12} \cdots K_{1N} \\ K_{21} K_{22} \ddots \vdots \\ \vdots \\ K_{N1} \cdots\cdots K_{NN} \end{pmatrix}$$

と置けば，α は

$$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{K}^{-1} \overline{\boldsymbol{K}}$$

この α を用いたときのブーゲ異常のブロック平均値の推定誤差は

$$m_B{}^2 = \bar{\bar{K}} - \overline{\boldsymbol{K}}^T \boldsymbol{K}^{-1} \overline{\boldsymbol{K}} \tag{23}$$

である．(22)で与えられるブーゲ異常のブロック平均値から，フリーエア異常のブロック平均値を

$$\tilde{\tilde{\Delta g}} = \tilde{\tilde{\Delta g}}'' + t\bar{h} \tag{24}$$

によって求めるときの誤差は，$\bar{h}$ が正確に知れている場合には

$$m_F{}^2 = M\{(\overline{\Delta g} - \tilde{\tilde{\Delta g}})^2\} = M\{((\overline{\Delta g} - t\bar{h}) - \tilde{\tilde{\Delta g}}'')^2\} = M\{(\overline{\Delta g}'' - \tilde{\tilde{\Delta g}}'')^2\}$$

$$= m_B{}^2 \tag{25}$$

となり，ブーゲ異常の場合の推定誤差に等しい．このときには，この節の始めに得た結果（$\boldsymbol{\beta}'=0$，フリーエア異常観測値のみからフリーエアのブロック平均値を求める）の推定誤差

$$m^2 = \bar{\bar{C}} - \overline{\boldsymbol{C}}^T \boldsymbol{C}^{-1} \overline{\boldsymbol{C}} \tag{26}$$

よりも，一般に小さくなることが変数 k の分布から期待される．しかし，$\bar{h}$ が正確に知れなくて，何らかの方法で $\bar{h}$ を推定する操作が必要である場合には，フリーエアのブロック平均値の推定は(24)のかわりに

$$\tilde{\tilde{\Delta g}} = \tilde{\tilde{\Delta g}}'' + t\tilde{\tilde{h}}$$

としなければならない．よって推定誤差は

$$m_F{}^2 = m_B{}^2 + t^2 m_H{}^2$$

となり，地形高度のブロック平均値の推定誤差の分だけ(25)よりも大きくなる．この値は必ずしも(26)より小さ

いとは言えないので，$\bar{h}$ を与える精度によってブーゲ異常を介するか，フリーエア異常から直接そのブロック平均を求めるかを選択しなければならない．

5. いくつかの特殊例と日本の重力異常場

(1) ブロック内の１点における測定値からブロック平均値を推定する場合 (Heiskanen and Moritz, 1967, p280)

この場合

$$\tilde{\overline{\Delta g}}=\alpha_1 \Delta g_1$$

から，(10)の特別な場合として

$$\alpha_1=\frac{\overline{C_1}}{C_{11}}\equiv\frac{\overline{C_1}}{C_0} \qquad C_0：\text{重力異常の平均２乗値 (variance)}$$

を得る．推定されたブロック平均値の誤差は

$$m^2=\overline{\overline{C}}-\frac{\overline{C_1}^2}{C_0}$$

である．$\overline{\overline{C}}$, $\overline{C_1}$ を C_0 で規格化したものを同じく $\overline{\overline{C}}$, $\overline{C_1}$ と書くことにすれば

$$\alpha_1=\overline{C_1}, \quad m^2=C_0(\overline{\overline{C}}-\overline{C_1}^2) \tag{27}$$

と書ける．(27) の m^2 は観測点がブロックの中央にある場合最も小さくなり，中央から離れるに従って大きくなる．

(2) ブロック内の１点の観測値をそのままブロック平均値とする場合 (Heiskanen and Moritz, 1967, p.278)

この場合，$\tilde{\overline{\Delta g}}=\Delta g_1$となるわけであるから，(5)で $\alpha_1=1$, $\beta=0$ として

$$m^2=C_0(\overline{\overline{C}}-2\overline{C_1}+1) \tag{28}$$

によって誤差が与えられる．測点がブロック内の任意の位置にあるとしたときの平均的な誤差は(28)をブロック内で平均して

$$\overline{m^2}=C_0(1-\overline{\overline{C}}) \tag{29}$$

となる．これは，大野 (1976) が日本の一部の重力分布から得た代表誤差に相当する．

ブロック内に n 個の測点があり，ブロック平均値をそれらの単純平均で推定するときには

$$\tilde{\overline{\Delta g}}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta g_i$$

であるから，(5) で $\alpha_i=\frac{1}{n}(i=1\sim n)$, $\beta=0$ として

$$m^2=\overline{\overline{C}}-2\frac{1}{n}\sum_i\overline{C_i}+\frac{1}{n^2}\sum_i\sum_j C_{ij} \tag{30}$$

と書ける．(30)を測点分布について平均すると

$$\frac{1}{S}\iint_\Sigma \overline{C}(X_i)d\sigma_i=\overline{\overline{C}}$$

$$\frac{1}{S^2}\iint_\Sigma\iint_\Sigma\sum_i\sum_j C(X_i, X_j)\,d\sigma_i d\sigma_j=\frac{1}{S}\iint_\Sigma\sum_i\left\{\frac{1}{S}\iint_\Sigma(\sum_{\substack{j\\ j\neq i}}C(X_i, X_j)+C_0)d\sigma_j\right\}d\sigma_i$$

$$=\frac{1}{S}\iint_\Sigma\sum_i((n-1)\overline{C_i}+C_0)d\sigma_i=n(n-1)\,\overline{\overline{C}}+nC_0$$

を使って

$$\overline{m^2}=\frac{C_0}{n}(1-\overline{\overline{C}})$$

を得る．推定誤差の2乗は観測値1個の場合の n 分の1になることがわかる．

次に，ブーゲ異常の代表誤差を求めてみることにする．ブーゲ異常は前節の通り，$\Delta g''=\Delta g-th=k$ で与えられるので，代表誤差 $\overline{m_B{}^2}$ は

$$m_B{}^2=M\{(\overline{\Delta g''}-\Delta g_1'')^2\}=M\{(\bar{k}-k_1)^2\}=K_0(\overline{\overline{K}}-2K_1+1)$$

$$\overline{m_B{}^2}=K_0(1-\overline{\overline{K}}) \tag{31}$$

となる．$\overline{\overline{K}}$, K_1 は $K_0(=K_{11})$ で規格化してある．一方，フリーエア異常 $\Delta g=\Delta g''+th$ の代表誤差 $\overline{m_F{}^2}$ は

$$m_F{}^2=M\{(\overline{\Delta g}-\Delta g_1)^2\}=M\{(\overline{\Delta g''}-\Delta g_1''+t(\bar{h}-h_1))^2\}$$

$$\overline{m_F{}^2}=\overline{m_B{}^2}+t^2\,\overline{m_H{}^2} \tag{32}$$

$$\overline{m_H{}^2}=H_0(1-\overline{\overline{H}})\quad ：地形高度の代表誤差$$

を得る．すなわち，フリーエア異常の代表誤差は，ブーゲ異常の代表誤差よりも地形高度の代表誤差に相当する分だけ大きい．

(3) 日本の陸地部の重力異常場

日本における鉛直線偏差の分布から，我如古 (Ganeko, 1976) は日本の地域的重力異常の自己相関関数

$$C(r)=C_0\exp\left(-\frac{r}{D}\right) \tag{33}$$

$$C_0=(53\mathrm{mgal})^2$$

$$D=55\mathrm{km}$$

を得た．(33)を用いて，1辺の大きさ B の正方形のブロックについて，第4節で述べた各種の推定誤差に関する量，$\overline{\overline{C}}$, $\sqrt{\overline{\overline{C}}-C_1{}^2}$, $\sqrt{\overline{\overline{C}}-2C_1+1}$, $\sqrt{1-\overline{\overline{C}}}$ を計算したものを Fig. 2 に示す．C_1 は測点がブロックの中央にある場合の値，すべての量は C_0 で規格化してある．横軸には D/B をとってある．大野 (Ono, 1976) の得た代表誤差と(29)，(33)から得られる代表誤差との比較を Table 1 に掲げる．Table 1 の第1行目はブロックの1辺の大きさ，第2行目は(33)による重力異常のブロック平均値の r.m.s. 値 $\sqrt{C_0\overline{\overline{C}}}$, 第3行目は代表誤差(29),

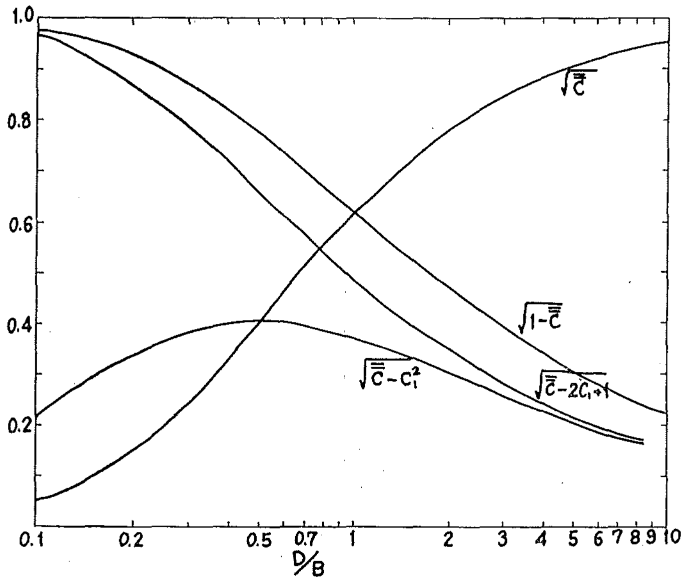

Figure 2 The values relating to various estimation errors of block gravity means (based on covariance function (33))

Table 1 Comparison of representative errors

Block size $B\times B$	$B=1^{\mathrm{km}}$	2	4	8	16	32	48	64	80	96
$\sqrt{C_0\bar{\bar{C}}}$	52.8^{mGal}	52.5	52.0	51.1	49.2	45.9	42.8	40.1	37.6	35.3
$\sqrt{C_0(1-\bar{\bar{C}})}$	5.1	7.2	10.1	14.2	19.6	26.6	31.2	34.7	37.4	39.5
Ono $\sqrt{\overline{m_F^2}}$	1.0	1.3	2.5	8.0	19.2	27.9	31.2	32.9	37.8	39.4
Ono $E_F=4.3\sqrt{B}$	4.3	6.1	8.6	12.2	17.2	24.3	29.8	34.4	38.5	42.1
Ono $\sqrt{\overline{m_B^2}}$	0.9	1.4	2.6	5.6	9.0	14.5	20.1	25.8		
Ono $E_B=1.12B^{\frac{3}{4}}$	1.1	1.9	3.2	5.3	9.0	15.1	20.4	25.3	30.0	34.3
$\sqrt{H_0(1-\bar{\bar{H}})}$	37.2^{m}	51.8	71.6	97.8	131.3	170.8	194.0	208.1		

第4行目が大野の代表誤差の結果である．1辺が16km以上のブロックに対する両者の代表誤差は非常に良く一致している．このことから，(33)の相関関数は日本の重力場の様子をかなり良く表わしていると言える．1辺が8km以下の小ブロックに対しては一致は良くない．これは，一つには，(33)の相関関数は原点での1次微係数が0でないことに起因すると考えられる．重力異常を表わす関数 $\Delta g(x)$ が，x のいたるところで連続で，有限な微係数を持つことは物理的に妥当な仮定であり，この仮定の下では Δg の自己相関関数の1次微係数は原点で0となる．それゆえ，(33)は非常に短波長の重力異常の様子は表わしていないと言える．これは鉛直線偏差観測の分布密度を考えれば当然のことである．

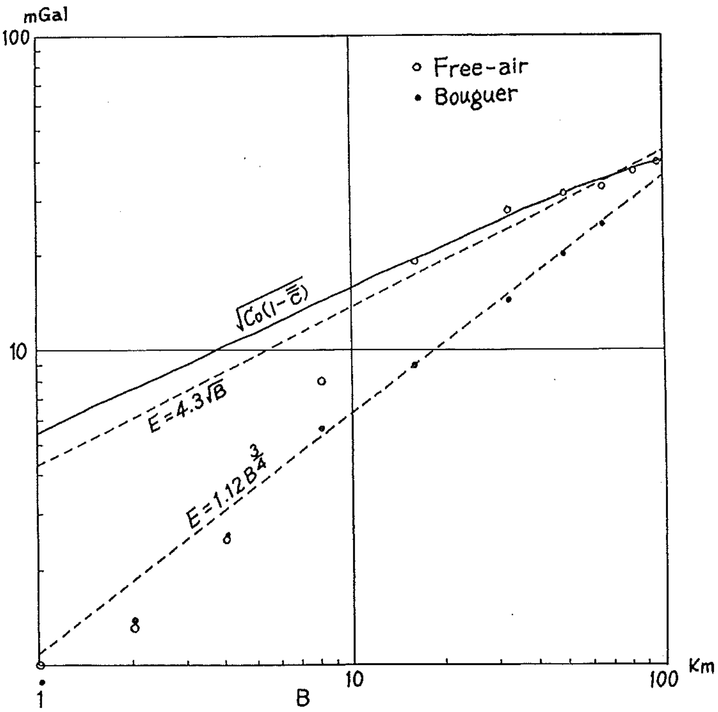

Figure 3 Representative errors by Ono (1976) and those calculated from covariance function (33)

さらに，大野は代表誤差を近似する実験式を得ており，フリーエア異常に対するもの$E_F=4.3\sqrt{B}$(B : km) mGal で見積られる代表誤差を Table 1 の 5 行目に，ブーゲ異常に対するもの $E_B=1.12B^{\frac{3}{4}}$ mGal で見積られるブーゲ異常の代表誤差を第 7 行目に掲げてある．第 6 行目は大野の得た実際のブーゲ異常の代表誤差である．

(32)によれば，フリーエア異常とブーゲ異常の代表誤差の差は，地形高度の代表誤差に相当すると考えられるので，地形高度の代表誤差を

$$E_H{}^2=\frac{1}{t^2}(E_F{}^2-E_B{}^2)$$

$$t=0.112\text{mGal/m} \quad (\rho=2.67)$$

で計算したものを Table 1 の最後の行に示した．これを実際の地形データから得る数値と比較してみることは興味深い問題である．Table 1 を図示したものが Fig. 3 である．1 辺 10km 以下のブロックに対する代表誤差が実際と理論値で大きくくいちがっている様子が注目される．

6. ブロック内に観測データがないときのブロック平均値の推定

(4) はブロック内に観測データがないときにも共通に利用できるわけであるが，この場合当然誤差も大きくなる．平均値が未知であるブロックの周辺で，ブロック平均値が知られている場合にはこれらのブロック平均値を利用して未知のブロック平均値を推定できる．すなわち，点 P を中心とするブロックの重力異常平均値を(4)と同様な，既知の重力異常ブロック平均値と地形高度のブロック平均値の線型結合で推定することを考える．

$$\overset{\simeq}{\Delta g}_P=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\overline{\Delta g_i}+\sum_{l=1}^{N}\beta_l\overline{h_l} \tag{34}$$

第 2 節と全く同様な形式でブロック平均値の推定値の平均 2 乗誤差が書け，

$$\begin{aligned} m^2&=M\{(\overline{\Delta g}_p-\overset{\simeq}{\Delta g}_p)^2\} \\ &=\overline{\overline{C}}_{pp}-2\sum_i\alpha_i\overline{\overline{C}}_{pi}-2\sum_l\beta_l\overline{\overline{B}}_{pl}+2\sum_i\sum_l\alpha_i\beta_l\overline{\overline{B}}_{il} \\ &\quad+\sum_i\sum_j\alpha_i\alpha_j\overline{\overline{C}}_{ij}+\sum_l\sum_m\beta_l\beta_m\overline{\overline{H}}_{lm} \end{aligned} \tag{35}$$

を得る．ここで$\overline{\overline{C}}$, $\overline{\overline{H}}$ はそれぞれ重力異常のブロック平均値，地形高度のブロック平均値の自己相関関数，$\overline{\overline{B}}$ は重力異常ブロック平均値と地形高度ブロック平均値との相互相関関数である．(35)を最小にする α, β は

$$\begin{pmatrix} \overline{\overline{C}}_{gg} & \overline{\overline{B}}_{gh} \\ \overline{\overline{B}}_{hg} & \overline{\overline{H}}_{hh} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \overline{\overline{C}}_{pg} \\ \overline{\overline{B}}_{pg} \end{pmatrix} \tag{36}$$

で与えられる．(36)中の行列の内容は第 2 節の行列の構成法から明らかであろう．再び(11)を仮定すると

$$\begin{aligned} \overline{\overline{B}}_{il}&=a\overline{\overline{C}}_i{}^l \\ \overline{\overline{H}}_{lm}&=a^2\overline{\overline{C}}{}^{lm}+\overline{\overline{N}}{}^{lm} \end{aligned} \tag{37}$$

を得るので，(36)は

$$\underset{\substack{\parallel\!\!\!\mid \\ \overline{\overline{A}}}}{\begin{pmatrix} \overline{\overline{C}}_{gg} & \overline{\overline{C}}_{gh} \\ \overline{\overline{C}}_{hg} & \overline{\overline{C}}_{hh}+\dfrac{1}{a^2}N_{hh} \end{pmatrix}}\underset{\substack{\parallel\!\!\!\mid \\ \boldsymbol{X}}}{\begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta}' \end{pmatrix}}=\underset{\substack{\parallel\!\!\!\mid \\ \overline{\overline{\boldsymbol{R}}}}}{\begin{pmatrix} \overline{\overline{C}}_{pg} \\ \overline{\overline{C}}_{ph} \end{pmatrix}}$$

と書け，$\boldsymbol{X}=\overline{\overline{\boldsymbol{A}}}^{-1}\overline{\overline{\boldsymbol{R}}}$. この $\boldsymbol{X}$ を用いたときのブロック平均値の平均２乗誤差は

$$m^2=\overline{\overline{C}}_{pp}-\overline{\overline{\boldsymbol{R}}}^T\overline{\overline{\boldsymbol{A}}}^{-1}\overline{\overline{\boldsymbol{R}}}$$

である．ブロック平均値の自己相関関数は

$$\overline{\overline{C}}_{ij}=M\left\{\frac{1}{S}\iint_{\Sigma_i}\Delta g(X_i)\,d\sigma_i\frac{1}{S}\iint_{\Sigma_j}\Delta g(X_j)\,d\sigma_j\right\}$$

$$=\frac{1}{S^2}\iint_{\Sigma_i}\iint_{\Sigma_j}C(X_i,X_j)\,d\sigma_i d\sigma_j \qquad (38)$$

であるから，重力異常の自己相関関数が知れていれば求められる．(33)を再び用いて(38)を計算してみることとする．Fig. 4のように並ぶ１辺 B の正方形ブロックを考え，第０番目と第 n 番目のブロックの相関は

$$\overline{\overline{C}}_{0n}(nB)=\frac{1}{B^4}\iint_{\Sigma_0}\iint_{\Sigma_n}C(|X_0-X_n|)\,d\sigma_0 d\sigma_n$$

$$=\frac{C_0}{B^4}\iint_{\Sigma_0}\iint_{\Sigma_n}\exp(-|X_0-X_n|/D)\,d\sigma_0\,d\sigma_n \qquad (39)$$

で計算される．(39)を C_0 で規格化し

$$\overline{\overline{C}}(nB)=\overline{\overline{C}}\left(nD\frac{B}{D}\right)\equiv\overline{\overline{C}}(nD\cdot L)=\overline{\overline{C}}(nLD)\equiv\overline{\overline{C}}(\overline{X}D)$$

と変数を定義しなおしたものを Table 2 と Fig. 5 に示す．Fig. 5 の曲線上に記されている $n(L)$ という形の記号は，$L(=B/D)$ の値に相当するブロック平均値の相互相関関数上の距離 nB に対する値の位置を示している．

Fig. 5 に見る通り，ブロックの１辺の大きさが covariance distance D に比して大きくない $(B\leq D)$ なら

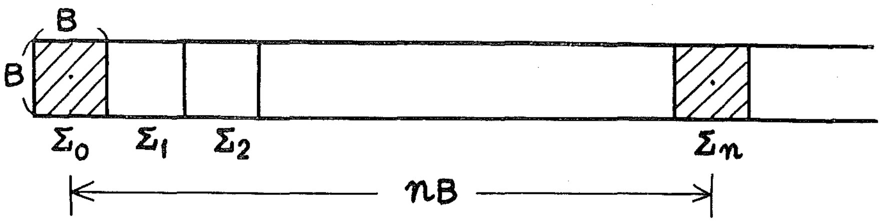

Figure 4 Block array for computation of a block covariance

Table 2 Block covariances

L	$n=$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16
0.5	$\overline{X}=$	0	2	4	6	8	10								
		0.406	0.151	0.023	0.03	0.004	0.001								
1	$\overline{X}=$	0	1	2	3	4	5	6							
		0.619	0.363	0.140	0.052	0.019	0.007	0.003							
2	$\overline{X}=$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5			
		0.781	0.592	0.368	0.225	0.137	0.081	0.051	0.031	0.018	0.011	0.007			
4	$\overline{X}=$	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	3	3.5	4
		0.882	0.766	0.603	0.472	0.368	0.287	0.224	0.174	0.136	0.106	0.082	0.050	0.030	0.018

ば，距離 $r \geq B$ に対するブロック自己相関関数の形は点自己相関関数(33)とほぼ同じと見ても良い．結局

$$\bar{\bar{C}}(r)=C_0 \exp\left(-\frac{r}{D}\right) \qquad r \geq B,\ B \leq D \tag{40}$$

である．$\bar{\bar{C}}(r)$ は $r<B$ では，(40)の形から離れてゆき，原点 $r=0$ においてブロック平均値の平均2乗値$\bar{\bar{C}}$になる．これで，日本の陸部においては(40)を用いることにより重力異常のブロック平均値を推定できる．ここで注意する必要があるのは，(33)が通常の重力異常から global な重力異常（SAO-SE3 (18×18) で与えられている地球重力ポテンシャルの展開係数で計算される重力異常）を引き去った残りの重力異常に対するものであること，従って，(33)から導かれる各式は重力異常のブロック平均値を計算する際，residual anomaly のブロック平均値を求めるという形で用いなければならない．また，residual anomaly の平均値を0にするために，重力異常の原点を移動することも必要となろう．

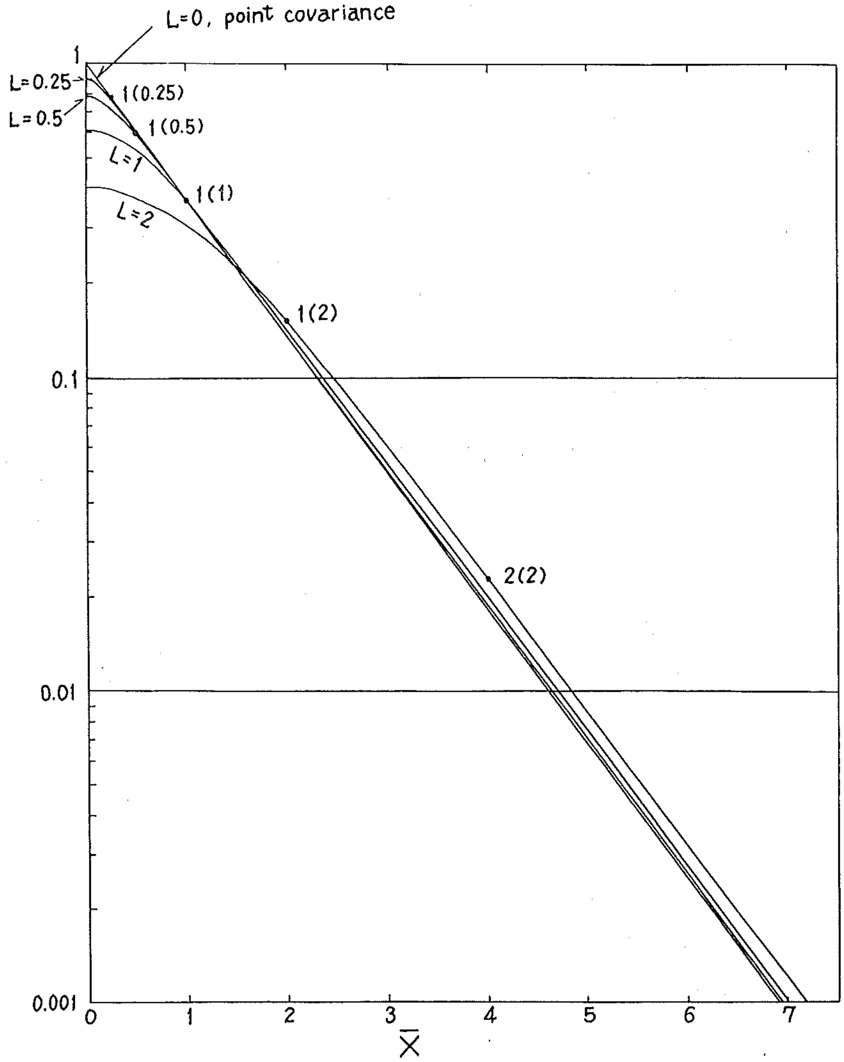

Figure 5 Block covariances for various conditions

7. 海洋における重力異常ブロック平均値の推定

海洋地域における重力異常の相関関数を求めた例は少ない. Gaposchkin et al. (1973) は $1°\times 1°$ ブロック平均値を使って block covariance を得ている. その結果によれば, 陸地部と海洋部では相関関数の形が異っているように見える. ブロック平均値を計算する方法としては前節までに述べた方法がそのまま海洋部においても利用できるが, ただ, 陸地部における地形高度と重力異常の関係(11)はそのままでは利用できない. (11)で h のかわりに水深 d を用いて, 観測点直下の水深と重力異常の関係を

$$d=a'\Delta g+(b')+n' \tag{41}$$

として利用できないとも言えないが, この関係の妥当性はまだ良く確かめられていない. そして, 重力の観測面と海底が離れていることから, 観測点直下ばかりでなくその周囲の水深も重力異常にかなり影響するであろう. 最近の水深と重力との関係に関する研究 (McKenzie and Bowin, 1976) によれば, 重力値を周囲の水深から10〜20mGal の精度で推定できることが大西洋におけるデータから見出されている. すなわち, 測線上の点 S における重力値は, その測線上に等間隔で分布した水深データから

$$\Delta g_s=\sum_{l=-m}^{m} f_l d_{s+l}+\varepsilon_s \tag{42}$$

によって推定される. ε_s は水深とは独立な変数である. f_l は海域または測線によってばらつきがあるが, ほぼ Fig. 6 (McKenzie and Bowin による) のような形をした関数である. f は原点 (S点) を中心としてほぼ対称な形を示し, 原点ではっきりとしたピークを持っている. このことから, 粗い近似としては(41)が利用できるであろう. (42)は1次元の関係であるが, 2次元としても同様な関係は認められるであろう.

(42)とは逆の関係

$$d_s=\sum_{l=-m}^{m} f'_l\ \Delta g_{s+l}+n_s \tag{43}$$

も成立すると考えられるので, f' を距離のみの関数 (Δg と d の統計的異方性はないとする) として, (43) を2

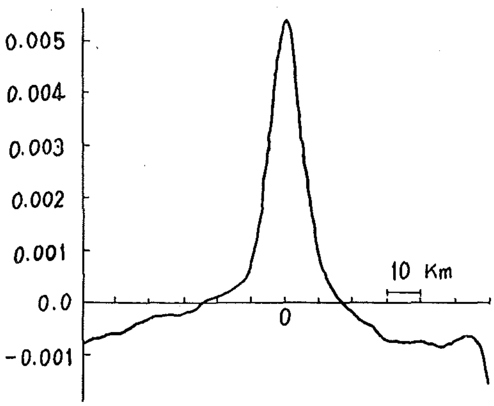

Figure 6 Conversion function of bathymetry to gravity (after McKenzie and Bowin, 1976)

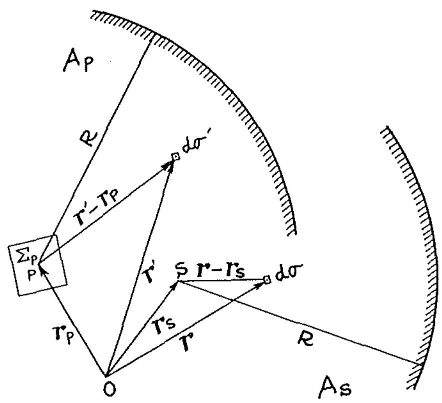

Figure 7

次元の積分の形

$$d(\boldsymbol{r}_s)=\iint_{A_S} f'(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s|)\Delta g(\boldsymbol{r})d\sigma+n_s \tag{44}$$

で表わすこととする．A_s は S 点を中心とする半径 R の領域である（Fig. 7 参照）．このとき重力異常と水深との相互相関は

$$B_{ps}\equiv B(\boldsymbol{r}_p,\boldsymbol{r}_s)=M\{\Delta g(\boldsymbol{r}_p)d(\boldsymbol{r}_s)\}=\iint_{A_s} f'(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s|)C(\boldsymbol{r}_p,\boldsymbol{r})d\sigma \tag{45}$$

と書け，重力異常の自己相関関数と結びつけられる．水深の自己相関関数もまた

$$D_{ps}\equiv D(\boldsymbol{r}_p,\boldsymbol{r}_s)=M\{d(\boldsymbol{r}_p)d(\boldsymbol{r}_s)\}=\iint_{A_s}\iint_{A_p} f'(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s|)f'(|\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r}_p|)C(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')d\sigma d\sigma'+N_{ps} \tag{46}$$

と書ける．重力異常のブロック平均値と水深の相互相関関数も

$$\overline{B}_{ps}=M\{\overline{\Delta g}_p d_s\}=\iint_{A_s} f'(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s|)M\{\overline{\Delta g}_p\Delta g\}d\sigma=\iint_{A_s} f'(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s|)\overline{C}_p(\boldsymbol{r})d\sigma \tag{47}$$

である．(45)，(46)，(47)を第2節の相当する相関関数として用いることにより，海洋地域における重力異常のブロック平均値が推定できる．大洋では重力の観測密度が小さいことからも，水深と重力値の関係を知ることは，重力異常のブロック平均値を計算するうえで大きな助けとなることは明らかである．

海洋地域では第6節の方法も重要となる．(44)から点 S を中心とするブロック $\sum_s$ での水深の平均値は

$$\overline{d_s}=\iint_{A_s} F'_s(\boldsymbol{r})\,\Delta g(\boldsymbol{r})d\sigma+\overline{n_s}$$

$$F'_s(\boldsymbol{r})=\frac{1}{S}\iint_{\Sigma_s} f'(|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s|)d\sigma_s$$

と書けるので，

$$\overline{\overline{B}}_{ps}=M\{\overline{\Delta g}_p\overline{d_s}\}=\iint_{A_s} F'_s(\boldsymbol{r})\overline{C}_p(\boldsymbol{r})d\sigma$$

$$\overline{\overline{D}}_{ps}=\iint_{A_s}\iint_{A_p} F'_s(\boldsymbol{r})F'_p(\boldsymbol{r}')C(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')d\sigma\, d\sigma'+\overline{\overline{N}}_{ps}$$

を(37)の代りに用いれば良いことになる．

8. おわりに

1975年に打ち上げられた Geos-C に搭載された高度計（altimeter）によって，特に海面の形は相対的に 1 m 以内の精度で測定されつつあり，ジオイドと海面の topography との分離も現実の問題となっている．地表重力値を用いた高精度のジオイドの計算には，高精度の重力異常ブロック平均値が必要とされる．日本の陸地およびその周辺の海域における重力データの集積も進んでおり，日本周辺のジオイドを計算するためには，早急に信頼のおける重力異常ブロック平均値が望まれる．重力ジオイドの計算方法は，非常に細かい議論は別にして，ほぼ確立されたと言って良く，筆者によってもフリーエア異常図から読み取ったブロック平均値を使って，試験的に日本周辺のジオイド図が作成されている．フリーエア異常図から読み取ったブロック平均値は，その誤差の評価がむずかしく，それから計算されるジオイドの精度の評価も容易でない．従って，実際の重力測定値や水深データを基にして，ここで述べたような方法などでブロック平均値を得る方が後々の数学的取扱いに有利と考えられる．また，重力データの追加に即応してブロック平均値を計算しなおすことも容易である．

最小２乗推定法は統計的手法を基にしているため，重力異常や地形の統計的性質の安定性が悪いときには，この方法は適当と言えないが，日本の陸地部における結果（Ganeko, 1976）および第５節に見られる通り，かなり統計的安定性も認められ，ここで述べた方法は十分実用化できると考えられる．

最小２乗推定法でフリーエア異常のブロック平均値（または点異常値の補間）を計算する際には，地形のブロック平均値が精度良く与えられない限り，ブーゲ異常を介するメリットは少なく，むしろ，重力測定値がない場所で地形を活用することを考えることが効果的であろう．特に海洋地域では水深データの利用が望まれるが，このためには，まず水深と重力異常の関係を得なければならない．いずれにしても，重力値および地形・水深データファイルの早急な完成が望まれる．

参 考 文 献

Ganeko, Y., 1976: "Astrogeodetic geoid of Japan", *Spec. Rep.* 372, Smithsonian Astrophys. Observ., Cambridge, Mass., pp. 34

Gaposchkin, E.M. (Ed.), 1973: "1973 Smithsonian Standard Earth (3)", *Spec. Rep.* 353, Smithsonian Astrophys. Observ., Cambridge, Mass., pp. 388

Heiskanen, W. and H. Moritz, 1967: *Physical Geodesy*, W. H. Freeman, San Francisco, Calif.

McKenzie, D. and C. Bowin, 1976: "The relationship between bathymetry and gravity in the Atlantic Ocean", *J. Geophys. Res.*, 81, 1903

大野重保，1976：“重力鉛直線偏差の精度と天文重力水準測量”，測地学会誌，第22巻，p. 210

Rapp. R.H. and R. Rummel, 1975: "Methods for the computation of detailed geoids and their accuracy", *Reps. 233*, *Dep. Geod. Sci.*, Ohio State Univ. Res. Found., Ohio State Univ., Columbus, pp. 36

Rikitake, T., H. Tajima, S. Izutuya, Y. Hagiwara, K. Kawada and Y. Sasai, 1965: "Gravimetric and Geomagnetic Studies of Onikobe area", *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 43, 241

Yokoyama, I. and H. Tajima, 1957: "A gravity survey in Volcano Mihara, Ooshima Island by means of a Worden gravimeter", *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 35, 23