

## ベスタ食(1984)の解析

仙石 新・監物邦男

### THE ANALYSIS OF LUNAR OCCULTATION OF VESTA (1984)

Arata Sengoku\* and Kunio Kenmotu\*\*

#### Abstract

The lunar occultation of Vesta (Oct. 21, 1984, reappearance) observed at Bisei Hydrographic Observatory, has been analyzed. The residual of the position of Vesta is 0."19 for the new Japanese Ephemeris and is 0."36 for the old one. These residuals are within the original error of the ephemeris of Duncomb (1969) and the error of the limb correction of the moon. The determined diameter of Vesta is 450km if the uniform disk model is used and is 530km if the complete limb darkening model is used.

#### 1. はじめに

軌道が確定し登録番号が与えられた小惑星は3288個(1985年7月31日現在)にのぼる。写真撮影が可能なものまで含めれば、その200倍以上あると言われ、これらの詳細な軌道、物理的特性等についてはほとんどわかっていない。しかし、四大小惑星(セレス、パラス、ジュノー、ベスタ)に限っていえば、子午環観測などのデータが蓄積されており、R. L. Duncomb (1969)によって詳しい暦が作られている。これは1920~1960年に行なわれた子午環観測をもとに、数値積分により、1928~2000年の日心直交座標を与えたものである。この暦の当初の残差は、0"5~0"7程度であり、現在でも最も信頼のおけるものである。しかし、既に作成後16年の時が経過しているために、現在の精度を確認する必要がある。

また、1984年までの天体位置表(以後、旧暦と記す)はDuncombの値を掲載していたが、1985年からの新天体位置表(以後、新暦と記す)では、天体暦の改訂に伴って、1969~1981年の期間でDuncombの暦に最も合うように決定しなおした四大小惑星の初期位置を用いて数値積分している。このため、新暦は観測と合わせてみる必要がある。

本稿では、美星水路観測所において観測された、月によるベスタの掩蔽の光電観測データの解析を通じて、ベスタの位置及び物理的性質について考察する。

解析全体の流れを第1図に示す。

---

\* 航法測地課 Geodesy and Geophysics Division

\*\* 第六管区海上保安本部美星水路観測所 bth R. M. S. Hq. Bisei Hydrographic Observatory

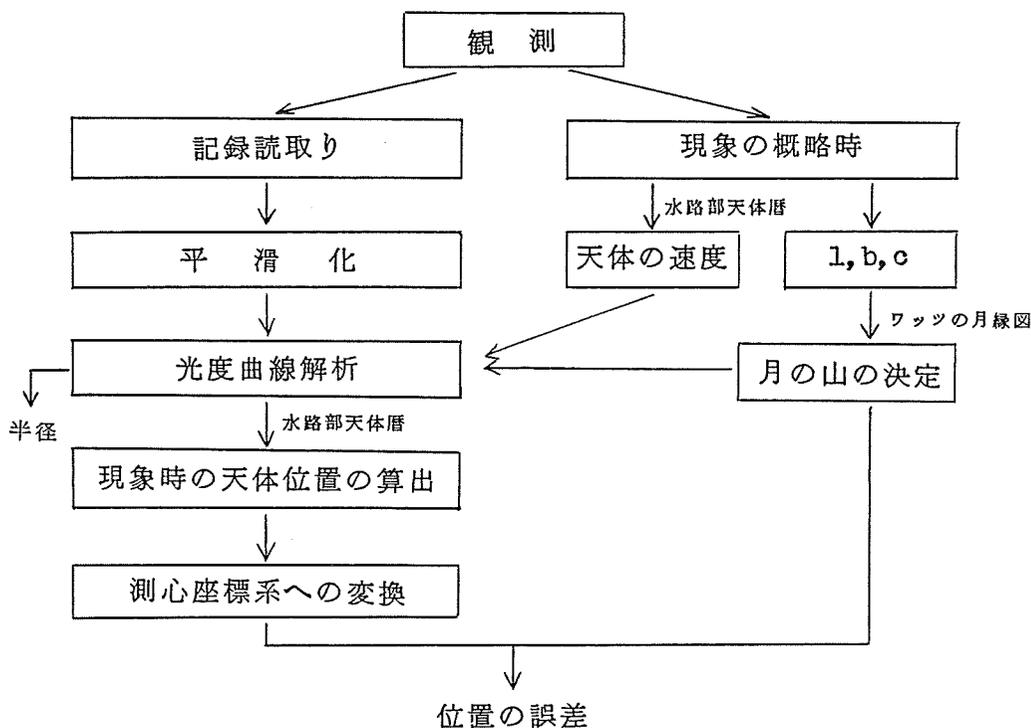


Figure 1 The algorithm of the analysis

## 2. 小惑星の光電観測

月によるベスタの掩蔽（出現）が1984年10月21日19時17分8秒（UT）に美星水路観測所において、監物邦男、寺井孝二両氏によって光電観測された。ベスタの等級は8.2等、観測は口径60cm望遠鏡のカセグレン焦点に光電管（EMI9502B）を取りつけて行なわれた。ダイヤフラムは0.5'、電圧は730Vであった。高度が12°と低く、現象が出現のためにダイヤフラムは大きめにとらざるを得なかった。また尖点角も14°と小さかったため、S/Nは悪かった。

観測法そのものは、現象の継続時間が1秒程度と短いため、月による星の掩蔽の場合とほとんど変わらない。

## 3. 前処理

まず、ペンオシログラフに記録されたアナログ情報（第2図）を読み取ってデジタル情報（第3図）に変換した。

読み取りは現象の継続時間が短いため5～10ms間隔で行い、計331個のデータを取り込んだ。この程度のタイムスケールではショットノイズ、シンチレーション等の影響を強く受けているので、本解析に入る前に読み取ったデータを平滑化する必要がある。平滑化は以下2つの方法を用いた。

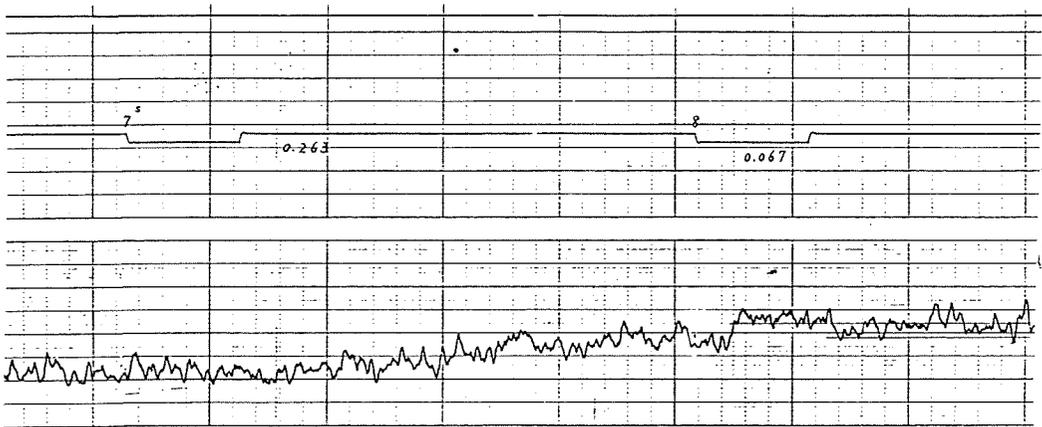


Figure 2

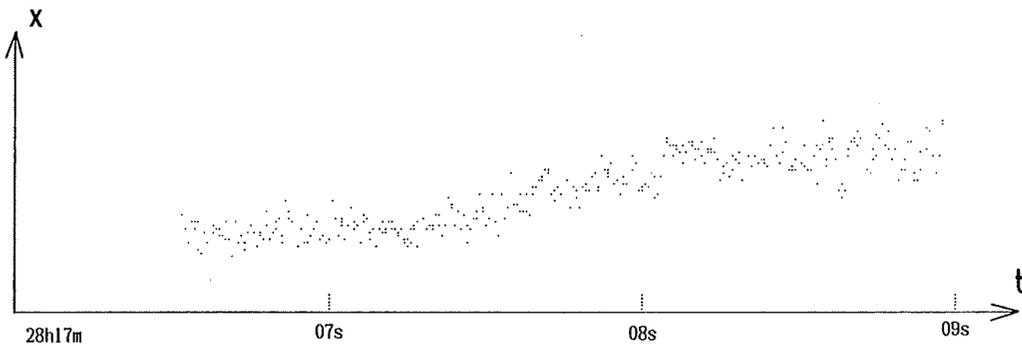


Figure 3 Raw data

i) 5点重み付き移動平均

移動平均は前後数個のデータに適当な重みをつけて平均する手法であるが、ここでは5点の重みつき移動平均を用いた。読み取った生データを{x<sub>i</sub>}とすると、移動平均は、

$$y_j = \frac{1}{\sum_{i=-2}^2 w_i} \sum_{i=-2}^2 w_i x_{i+j} \tag{1}$$

但し、

$$w_{\pm 2} = -3$$

$$w_{\pm 1} = 12$$

$$w_0 = 17$$

これは、等間隔のデータに対して2次または3次多項式を最小二乗法で適合させた場合の重みに相当する。少ない点数で移動平均をとると、波形は歪まないが雑音の振幅が大きく波形がはっきりしない。逆に点数を

増やすと雑音の振幅が小さくなるが、波形が歪み情報が失われる。このように、雑音振幅と波形の歪み相反する関係にあるため、入力波形に合わせて点数を選んだ。

ii) 低周波濾過フィルター

生データ  $x(t)$  はベスタの信号  $s(t)$  と雑音  $n(t)$  の重ね合わせであると考えられる。

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (2)$$

各々のFourier積分を大文字で表わすと、

$$X(f) = S(f) + N(f) \quad (3)$$

第4図に生データ及び理論式のパワースペクトルを示す。

シンチレーション等の雑音は、比較的高周波であるから、低周波濾過フィルターを通せば、雑音を除去できる。

本稿では、フィルター関数を以下のようにおいた。

$$\begin{aligned} P(f) &= 1 \quad (f \leq f_c) \\ &= \exp\left(-\frac{f-f_c}{f_c}\right) \quad (f > f_c) \end{aligned} \quad (4)$$

$f_c$  はベスタの信号（一様円盤モデル，後出）と雑音とのパワーが等しくなる周波数である。 $f_c = 2.1 \text{ s}^{-1}$  であった（第4図参照）。このフィルターは、5点移動平均に比べて強いフィルターであり、ノイズの減少が期待できる反面、波形が歪む恐れもある。閾値  $f_c$  をどうとるかは任意性があるが、ここでは物理的意味のはっきりしている値をとった。

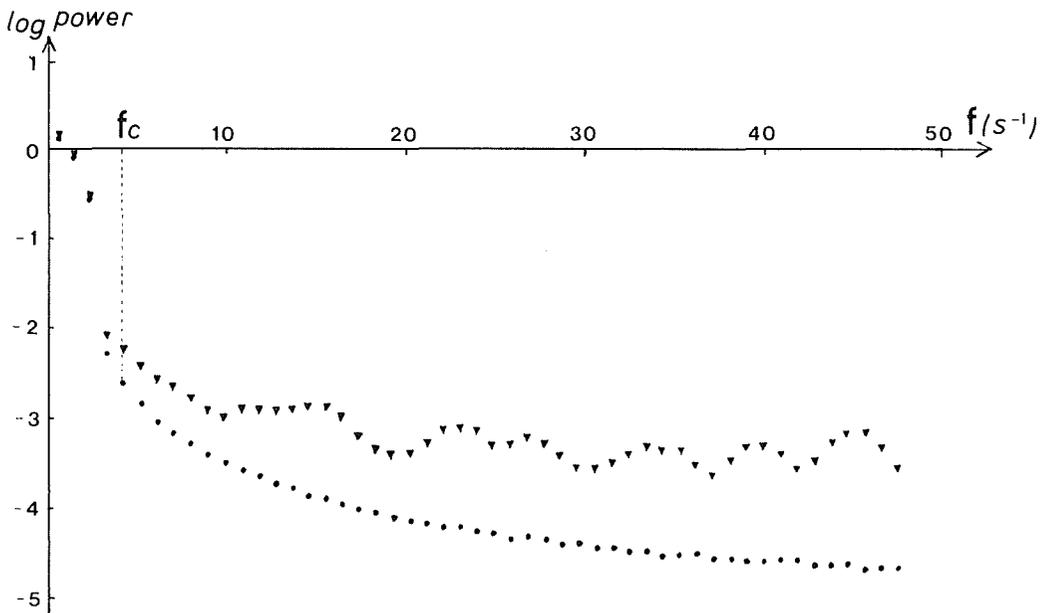


Figure 4 Power spectrum ( $\blacktriangledown$ : raw data, the uniform disk model)

平滑化された光度曲線 $y(t)$ は、

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)P(f)e^{2\pi if} df \quad (5)$$

となる。

低周波濾過フィルターは、フィルターの特性をどのようにとるかに任意性が残るため、以下の解析では、移動平均により平滑化したデータを主として使い、低周波濾過フィルターによるデータは参考にとどめた。

#### 4. ベスタの出現速度

平滑化された光度曲線を解析する前に、月縁から出現する際のベスタの速度の月縁に垂直な成分 $v_n$ を求めなければならない。このためには、ベスタの天球上での速度と、月の山の勾配を求める必要がある。

##### i) ベスタの速度

$v_n$ は、半径を求める際のみ必要な量なので、低い精度でかまわない。ここでは、現象の概略時(精度 $\pm 0.5$ 秒)における値を求める。

ベスタの天球上での速度 $v_n$ は天体位置表の値を数値微分して求める。現象時のベスタの赤経、赤緯を $\alpha_v$ 、 $\delta_v$ 、とおくと、

$$v_v = \left( \frac{d(\alpha_v \cos \delta)}{dt}, \frac{d\delta_v}{dt} \right) = (0.0181, -0.0065) \text{ ( " /sec)} \quad (6)$$

月縁の速度 $v_T$ は月縁上の接触点Tの位置を同様に数値微分して求める。月の中心Mからみたベスタの位置角を $\chi$ 、月の半径を $r$ 、月の赤経、赤緯を $\alpha_M$ 、 $\delta_M$ とおくと(第5図)、

$$\tan \chi = \frac{-\sin(\alpha_v - \alpha_M)}{\sin \delta_M \cos(\alpha_v - \alpha_M) - \cos \delta_M \tan \delta_v} \quad (7)$$

$$r = \sin^{-1} \left( \frac{\cos \delta_v \sin(\alpha_v - \alpha_M)}{\sin \chi} \right) \quad (8)$$

現象時の値を代入して、

$$\chi = 222.^\circ 98$$

$$r = 16. ' 6$$

T点の赤経、赤緯を $\alpha_T$ 、 $\delta_T$ とすると第5図より、

$$\alpha_T - \alpha_M = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \chi}{\cos \delta_M \cot r - \sin \delta_M \cos \chi} \right) \quad (9)$$

$$\delta_T - \delta_M = \tan^{-1} (\tan r \cos \chi) \quad (10)$$

月縁の速度は、上式の数値微分すればよい。

$$v_T = (0.5260, -0.2402) \text{ ( " /sec)}$$

ベスタからみた月縁の速度は、

$$v = v_T - v_v = (0.5079, -0.2336) \text{ ( " /sec)}$$

$v$ の大きさ及び位置角を $v$ 、Aとすると、

$$v = 0.559 \text{ ( " /sec)}$$

$$A = 114.^\circ 7$$

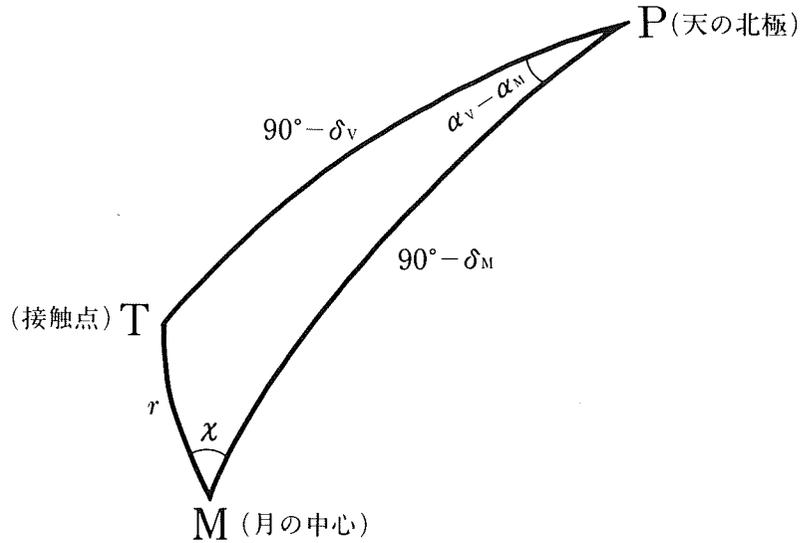


Figure 5

ii) 月の山の勾配

美星における月の  $l$ ,  $b$ ,  $C$  は,

$$l = -1.^\circ 80$$

$$b = -6.^\circ 02$$

$$C = 22.^\circ 81$$

ワッツ角  $WA = \chi - C = 200.^\circ 17$  より, ワッツの月縁図を用いて月の山の高さ  $h$  を求める (第6図). 山の勾配は,

$$i = \frac{d(h(')/HP('))}{d\left(\frac{\pi}{180} WA(^{\circ}) k\right)} \quad (11)$$

但し,  $k$  は月の半径 (単位: 地球の赤道半径),  $HP$  は地平視差である.

$$h = 0.^\circ 50$$

$$i = -1.^\circ 8$$

$i$  の精度は良くない.

i), ii) から第7図より, ベスタの速度が月縁の法線となす角は,

$$\psi = 180^\circ - (\chi - i - A) \quad (12)$$

よって

$$v_n = v \cos \psi \quad (13)$$

$$= 0.192 (^\circ / \text{sec})$$

と求まる.

#### 4. 光度曲線解析

i) モデルの設定

ベスタの視直径は月に比べて十分小さい (約  $0.^\circ 2$ ) ので, 月縁を直線で近似することにする.

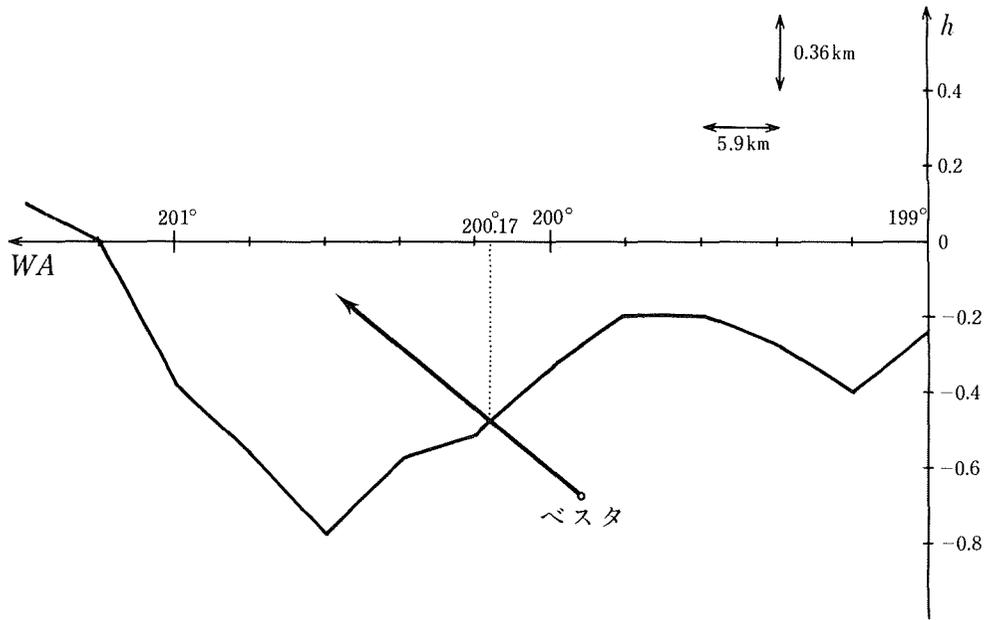


Figure 6

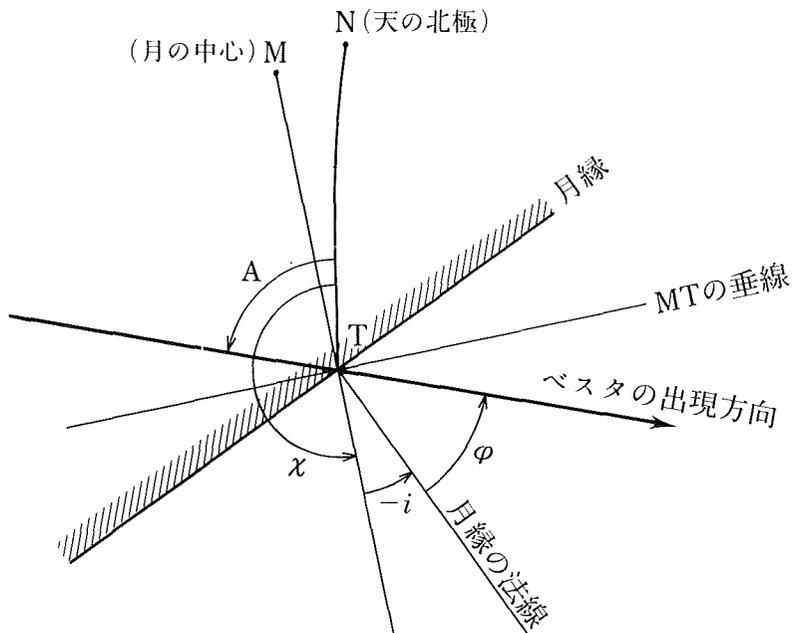


Figure 7

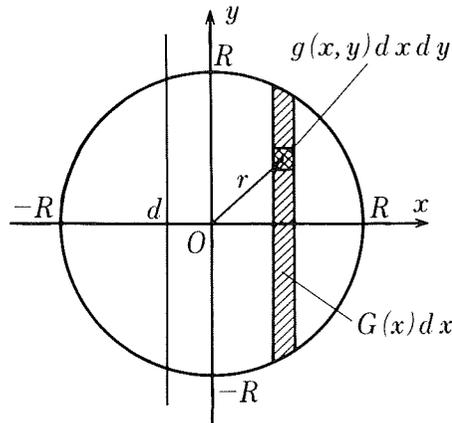


Figure 8

ベスタの中心を原点とする直角座標系を考える（第8図）。月縁の方程式を、 $x \leq d$ （月縁はy軸に平行）とし、月及びベスタの運動のために、月縁が速さ  $v_n$  でx軸の負方向に移動しているものとする。

$$d = -v_n(t-t_0) \quad (14)$$

太陽-ベスタ-地球の位相角によりベスタが欠けて見える効果は1%以下と小さいので無視する。以後、ベスタは円盤状に見えているものとする。

ベスタの輝度分布  $g(x, y)$  を以下の様に表わそう。

$$\begin{aligned} g(x, y) &= (1-u+u \cos \theta) \quad (r \leq R) \\ &= 0 \quad (r > R) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\left( \text{但し } \cos \theta = \sqrt{1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2}, \quad R \text{ はベスタの半径} \right)$$

ここで  $u$  は、 $0 \leq u \leq 1$  を満たすパラメーターで、 $u=1$  で一様円盤モデル、 $u=0$  で完全周辺減光モデルとなる。

$G(x)$  は次の様におく。

$$G(x) = \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} g(x, y) dy \quad (16)$$

$$\begin{aligned} G(x) &= 2(1-u)\sqrt{R^2-x^2} + \frac{\pi u R}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{R^2} \right) \quad (|x| \leq R) \\ &= 0 \quad (|x| > R) \end{aligned}$$

一様円盤モデルなら、

$$G(x) = 2\sqrt{R^2-x^2} \quad (17)$$

完全周辺減光モデルなら、

$$G(x) = \frac{\pi R}{2} \left( 1 - \frac{x^2}{R^2} \right) \quad (18)$$

となる。

回折の影響は十分小さく、無視できる。（付録参照）

星の明るさは、回折を無視すると、

$$S(d) = \int_d^R G(s) ds \quad (19)$$

$$= (1-u) \left( R^2 \cos^{-1} \left( \frac{d}{R} \right) - d\sqrt{R^2-d^2} \right) + \frac{\pi u}{6R} (R-d)^2 (2R+d)$$

一様円盤モデルなら,

$$S(d) = \left( R^2 \cos^{-1} \left( \frac{d}{R} \right) - d\sqrt{R^2-d^2} \right) \quad (20)$$

完全減光モデルなら,

$$S(d) = \frac{\pi}{6R} (R-d)^2 (2R+d) \quad (21)$$

ペンオシログラフ上の記録は,

$$f(t) = a + bS(d(t); t_0, R, u)$$

とおくことができる。aは背景の空のレベル, bはベスタのレベルを表わすが, 測光観測ではないので, 絶対値には意味がない。現象継続時間が短いので, ドリフト項は無視する。

#### ii) 最小二乗法によるパラメーターの推定

平滑化されたデータ  $\{y_i\}$  と上記のモデルから最小二乗法によりパラメーターを推定する。モデルは非線形であるためパラメーターの誤差は小さいと仮定して観測方程式を線形化し, Gauss-Newton近似により最適パラメーターを求めた。

目的関数を  $\phi$  とすると,

$$\phi = \frac{1}{2} \sum_i (y_i - f_i(\lambda))^2 \quad (22)$$

( $\lambda$ はパラメーターベクトル)。Gauss-Newton近似では, パラメーターについての二階の偏微分,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \lambda_j \partial \lambda_k} = \sum_i \left\{ \frac{\partial f_i}{\partial \lambda_j} \frac{\partial f_i}{\partial \lambda_k} - \frac{\partial^2 f_i}{\partial \lambda_j \partial \lambda_k} (y_i - f_i(\lambda)) \right\} \quad (23)$$

において, 第二項を無視する近似である。したがって, Gauss-Newton近似は比較的非線形性の弱い場合, またはパラメーターが真値に近い場合にのみ成り立つ近似である。ところが, 一様円盤モデルでは  $t = t_0 \pm \frac{R}{v_n}$  で特異性をもつため, この近くで近似が成り立たない。本稿では, 非線形項が線形項の  $\frac{1}{2}$  以上になるデータはすべて落とした。

最小二乗法により5点移動平均データから求めた現象の中央時刻 ( $t_0$ は1984年10月21日19時17分以下の端数) と半径は,

$$\text{一様円盤モデル: } t_0 = 7.700 \pm 0.017 \text{ (秒)}, R = 0.1010 \pm 0.0060 \text{ (")}$$

$$\text{完全減光モデル: } t_0 = 7.701 \pm 0.017 \text{ (秒)}, R = 0.1180 \pm 0.0080 \text{ (")}$$

但し, 誤差は平均誤差。

また, 平滑化フィルターの性質による違いをみるため, 一様円盤モデルについて各フィルターごとに同様の整約を行なった結果,

$$\text{生データ: } t_0 = 7.703 \pm 0.020 \text{ (秒)}, R = 0.1020 \pm 0.0080 \text{ (")}$$

$$\text{5点移動平均: } t_0 = 7.700 \pm 0.017 \text{ (秒)}, R = 0.1010 \pm 0.0060 \text{ (")}$$

低周波濾過フィルター： $t_0=7.707\pm 0.007$  (秒)， $R=0.0980\pm 0.0020$  (")

$t_0$ については、どの結果もほぼ同じで、 $t_0=7.70\pm 0.02$  (秒)となった。

$R$ についても誤差の範囲で合っているが、強いフィルターをかけたほうが小さく出るようである。これは用いた低周波濾過フィルターが強すぎたためと考えられる。

生データに比べて、平滑化すると残差が小さくなるが、それは良いフィルターであることを必ずしも意味しない。

## 5. 位置残差の算出

精度良く求まった現象の中央時刻における、月、ベスタの地心座標を、新暦、旧暦各々についてマスターファイルから読み取る。この際、精度が $10^{-3}$ "以下になるように注意した。

次に、地心座標から美星における測心座標系に変換した。美星水路観測所の経緯度楕円体高は、

$$\lambda = 133^\circ 34' 16."92$$

$$\phi = 34^\circ 40' 47."5 \quad (\text{SAO-SE3})$$

$$H = 569.64\text{m}$$

測心座標系における、現象時の月の半径の角距離を $k_t$ 、月の山の高さを $h_t$ 、月-ベスタの角距離を $MV_t$ とすると、位置の残差は、

$$\Delta\sigma_t = MV_t - (k_t + h_t) \quad (24)$$

$$= 0."19 \quad (\text{新暦})$$

$$= 0."36 \quad (\text{旧暦})$$

但し、月の半径 $k$ 、地球の赤道半径 $R_e$ 、 $dt$  (新暦ではTDT-UTC、旧暦ではET-UTC) 及び $d\beta$ は、

$$k = 0.2725076 \quad (\text{新暦})$$

$$= 0.2725026 \quad (\text{旧暦})$$

$$R_e = 6378140\text{m} \quad (\text{新暦})$$

$$= 6378160\text{m} \quad (\text{旧暦})$$

$$dt = 54.184\text{秒} \quad (\text{新暦})$$

$$= 52.77\text{秒} \quad (\text{旧暦, 水路部観測報告1986})$$

$$d\beta = 0."6$$

月の山の誤差を考えると、新旧暦とも位置の残差は十分小さく、観測と良く合っている。新暦の方が残差が小さいが有意な差とはいえない。

## 6. 考 察

位置の残差の要因としては以下のようなものがある。

1. 小惑星の暦の精度 ( $\sim 0."5$ )

2. 月の山の誤差 ( $\sim 0."3$ )

3. Wattsの月縁図の中心(形状中心)と暦における月の中心(重心、新旧暦で異なる)の差  
解析の結果は、上のどの要因もとびぬけて大きくはないことを示している。

今回のベスタ食は、ベスタが月の南端近くをかすめるように通過したため、主にベスタの軌道面に垂直な方向の残差を求めたことになっている。

最小二乗法によって求めた半径からベスタの実直径  $D$  は、

$$\begin{aligned} D &= 460 \pm 30 \text{ km (一様円盤モデル)} \\ &= 530 \pm 40 \text{ km (完全周辺減光モデル)} \end{aligned}$$

と求まる。

直径の誤差の要因としては以下のものがある。

1. 月の山の勾配の誤差
2. 円盤からのずれ
3. 反射率の非一様性
4. ベスタの満ち欠けによる効果

1については、ベスタが月の南端をかすめるように通過したために、影響が大きい。山の勾配は、Wattsの月縁図(0.2°おきに山の高さが与えられている)を数値微分して求めており、誤差が大きい。また、ベスタの月縁上での大きさは360mほどであるから、局所的な地形の変化があれば、直接直径の推定値に影響する。その誤差を評価することは難しいが、勾配が±1°の誤差を含むとすれば、直径の誤差は5%となる。

ベスタの光度は14%変光することが知られている(Dollfus et al, 1979)。この変光の原因が、ベスタが球からずれていて、楕円状に見えているためとすると(2の場合)、楕円の方向と月縁から出現する時の方向との関係で、直径の誤差を14%生じる。

また、変光の原因が、ベスタ表面の反射率の非一様性にあるとすると同程度の誤差を生じる(3の場合)。

ベスタの満ち欠けによる効果については、ベスタの位相(全面積に対する欠けた部分の面積の割合)が1.8%であり、かつベスタの尖点を結んだ線と月縁の法線とのなす角が24°と小さかったため、全体としては、0.7%の誤差を生じるにすぎない。

以上の様々な要因を合わせると、ベスタの直径の誤差は、一様円盤モデルで100km、完全周辺減光モデルで110kmとなる。間接的に直径を決定したため誤差が大きい。

他の方法から求めたベスタの直径を第1表に掲げる。いずれも間接測定で何らかの仮定が入っている。表から完全周辺減光モデルの方が他の結果と合うようである。また、今回の解析で他よりも小さな値がでていることから、ベスタの表面には、かなり大きな反射率のむらがあるかもしれない。

Table 1 The diameter of Vesta

直径	方法	年	測定者
531 km	赤外	1977	Morrison
558	偏光	1977	Zellner et al
550±23	スペckル 干渉測	1979	Worden and Stein

(Schubart et al, 1979)

現在のところ唯一の直接測定法である小惑星による恒星の掩蔽の観測が待たれる。

最後に、解析に際していろいろ協力していただいた航法測地課の井上(主)、長岡両氏、海洋調査課の道田氏、及び資料作成に尽力をおしかなかった他の航法測地課の多くの方々に感謝いたします。

## 付録 回折による効果の評価

月縁上でのベスタの大きさは370mほどである。この程度のスケールでは、月の山は十分スムーズであると考えて、直線で近似する。

観測者を原点Oとし、z軸をOと月縁を結ぶ方向にとる。月縁はy軸と平行にのびているものとする（付図A1）。このとき、点光源によるOでの回折強度は、

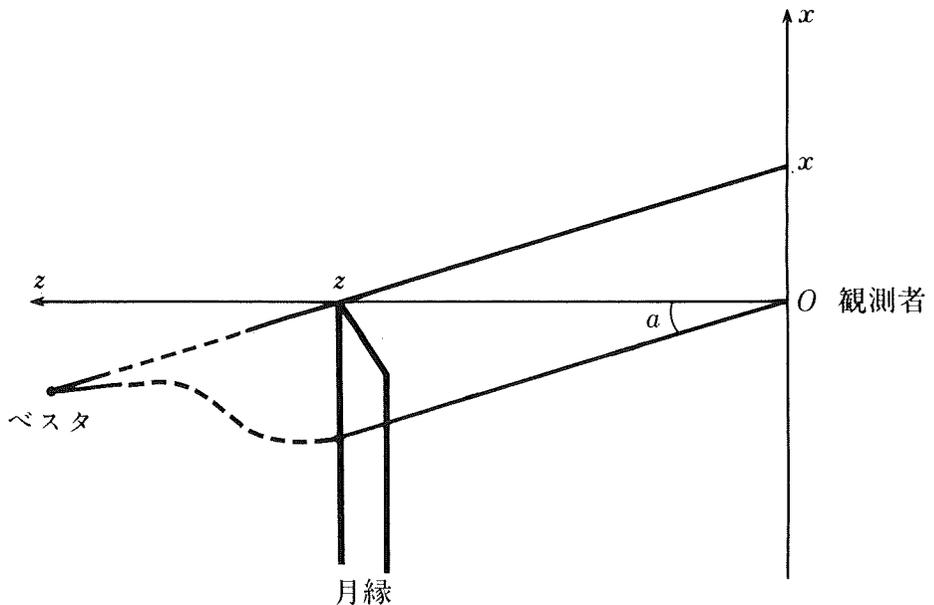


Figure A1

$$F(p_1, p_2) = \frac{1}{4} |U_0|^2 |U_x|^2 |U_y|^2 \quad (\text{A1})$$

但し、

$U_0$ : 月縁がなかった時のOでの振幅

$$U_x = X(p_2) - X(p_1) + \sqrt{-1} (Y(p_2) - Y(p_1))$$

$$U_y = 1 - \sqrt{-1}$$

$$p_1 = -x \sqrt{\frac{2}{\lambda z}} = -d \sqrt{\frac{2z}{\lambda}}$$

$$p_2 = \infty$$

$$X(p) = \int_0^p \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$$

(Fresnel積分, 付図A2参照) (A2)

$$Y(p) = \int_0^p \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$$

Fは $p_1$ のみの関数となる。 $p_1$ を $p$ とかくと、

$$F(p) = \frac{1}{2} |U_0|^2 \left\{ \left( \frac{1}{2} + X(p) \right)^2 + \left( \frac{1}{2} + Y(p) \right)^2 \right\} \quad (\text{A3})$$

広がりをもった光源では,

$$I(p) = \int_{p-r}^{p+r} F(t)G(t-p)dt \quad (\text{A4})$$

但し,  $G(p)$ はベスタ表面の輝度分布を表わす(第8図参照).

Fresnel積分は付図A2より明らかなように,  $p \gg 1$ で $\frac{1}{2}$ に近づく. したがって, 回折の影響が表われるのは,  $d\sqrt{\frac{2}{\lambda z}} \leq 1$ の場合である. ベスタの視半径は,  $4.8 \times 10^{-7}$ 程度であり,  $d\sqrt{\frac{2z}{\lambda}} = 17$  ( $\lambda = 5.5 \times 10^{-7}$ ,  $z = 3.6 \times 10^8 \text{m}$ )と十分大きいので, 回折の影響は無視できる.

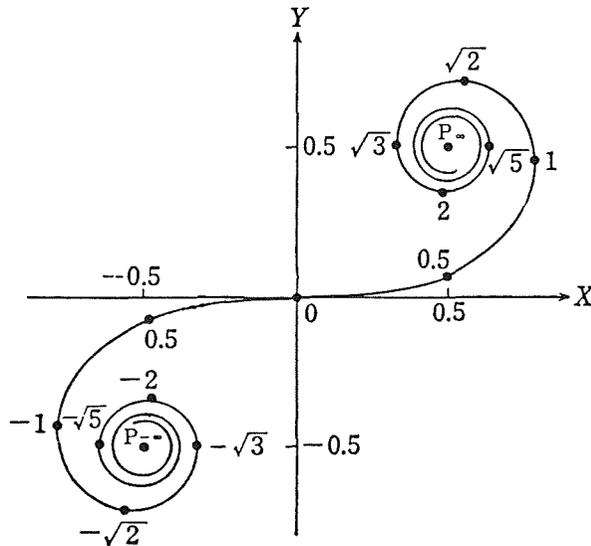


Figure A2

また, 今回の観測ではフィルターを用いなかったもので, 回折の影響は各波長ごとに打ち消し合いさらに小さくなる.

また, 数値積分により, 回折を考慮した場合としない場合を比較したところ,  $3 \times 10^{-3}$ 以内で両者は一致することが確かめられた.

#### 参 考 文 献

- Duncomb, R. L. 1969: Heliocentric Coordinates of Ceres, Pallas, Juno, Vesta 1928-2000, Astronomical Papers vol. XX Part II, Nautical Almanac Office, U. S. Naval Observatory
- Watts, C. B. 1963: The Marginal Zone of the Moon, Astronomical Papers vol. XVIII, Nautical Almanac Office, U. S. Naval Observatory
- 田中 濟 1981: 星食の高時間分解能測光観測による恒星視直径の測定, 天文月報, vol.74, 346
- 水路部観測報告 天文測地編 No20 1986
- Schubart, J. and Matson, D. L. 1979: Masses and Densities of Asteroids, Asteroids, The University of Arizona Press
- Morrison D. 1977: Asteroids sizes and Albedos, Icarus, 31, 185

- Zellner, B., Leake, M. Lebertre, T., Duseaux, M. and Dollfus, A. 1977 : The Asteroid Albedo Scale 1, Proc. Lunar Sci. Conf. VIII, Oxford:Pergamon Press, 1091
- Worden, S. P. and Stein, M. K. 1979 : Angular Diameter of the Asteroids Vesta and Pallas determined from speckle observations, *Astron. J.*, *84*, 140
- Dollfus, A. and Zellner, B. 1979 : Optical Polarimetry of Asteroids and Laboratory Samples, Asteroids, The University of Arizona Press