

## 水道内のケルビンモードの波に対して非対称的な水深が及ぼす影響†

佐藤 敏\*

### INFLUENCE OF ASYMMETRIC BOTTOM TOPOGRAPHY UPON KELVIN-MODE WAVES IN A CHANNEL†

Satosi Sato\*

#### Abstract

In the Yellow sea, the position of the amphidromic point of semi-diurnal tide approaches to China nearer than that of diurnal tide. In general, it is thought that the difference of positions is caused by energy dissipation, i. e., semi-diurnal tide wave loses more energy, because its wavelength is shorter than that of diurnal tide. But, the bottom topography of the Yellow Sea is not symmetric about the long channel axis. The water depth in the western part is shallower than that in the eastern part. This asymmetry of bottom topography may exert influence upon the cross-channel profiles of Kelvin-mode waves ( $N=0$ :  $N$  is the number of nodes). And, the difference between oppositely travelling Kelvin-mode waves may cause the asymmetry of the amphidromic system.

At first, Kelvin-mode waves are investigated, which travel in the channel whose cross-channel bottom relief is the same as that of the cross-section near the entrance of the Yellow Sea. In this case, the position of an amphidromic point can be regarded as the point where oppositely travelling Kelvin-mode waves of same frequency and same energy flux have the same amplitude of sea surface elevation. As a result of this calculation, the position of the amphidromic point move from the western part to the east, as the cycle of waves gets longer. In the case of diurnal tide ( $\sigma=7.0 \times 10^{-6} \text{sec}^{-1}$ ), the amphidromic point locates a little to the west from the center of the channel. If there is 20% loss of the incident Kelvin-mode wave, the amphidromic point will be right on the long channel axis.

Next, a model channel which has a single-step bottom topography is used to study the properties of Kelvin-mode wave which propagate in the channel whose bottom topography is asymmetric about the long channel axis. With this model, following results are obtained. (1) Whether they travel with the shallow part on their right or left, amplitudes of Kelvin-mode waves in shallow part get larger, as the cycles of waves get shorter. (2) As to waves travelling with the shallow water on their left in the northern hemisphere, the result (1) is caused by the interaction between Kelvin wave and edge wave.

#### 1. はじめに

黄海には、日周潮にも半日周潮にも無潮点がある。この無潮点は、Ogura (1933) が観測データを基にして描いた同時潮図 (第1, 2図) にも、また、数値計算 (例えば、Choi 1980) にも現れる。一方にだけ端が存

† Received 19th October 1988

\* 沿岸調査課 Coastal Surveys and Cartography Division

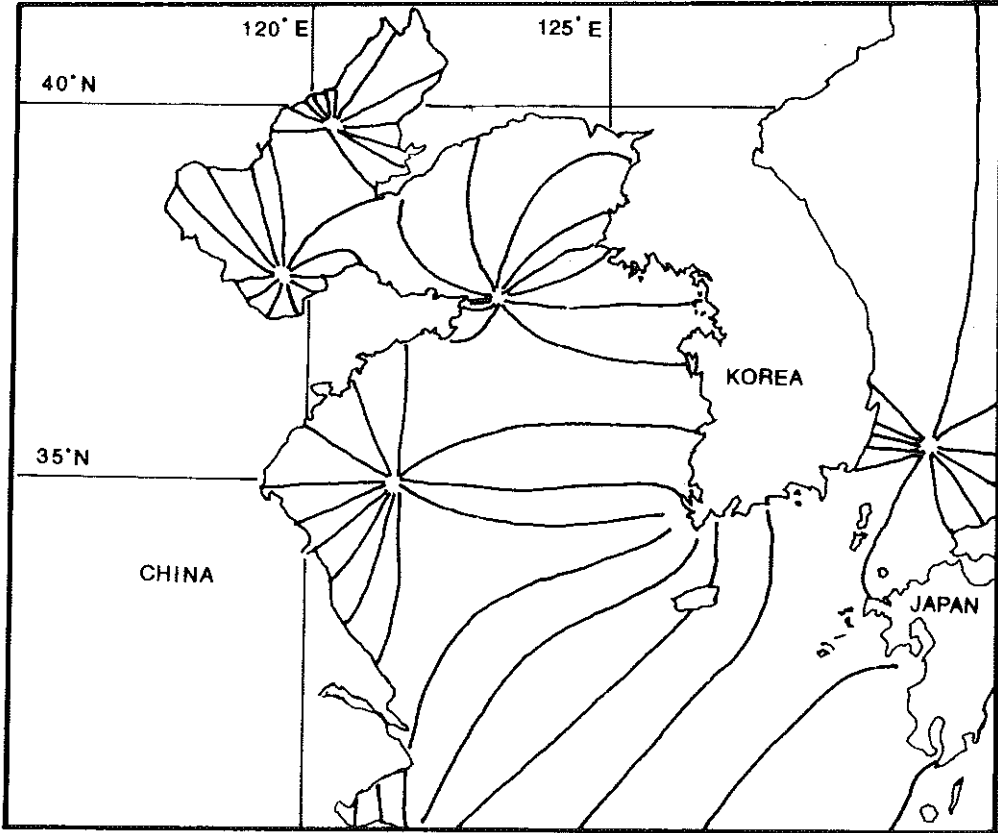


Figure 1. Co-tidal chart of semi-diurnal tide in the Yellow Sea (after Ogura, 1933).

在し、他方は無限に長く伸びる水道内にできる無潮点は入射ケルビン波と水道の奥で反射によって発生する反射ケルビン波の重ね合わせによって出現するとされている。もしも、水道の海底地形が水平であり、エネルギーの逸散が全くないとすれば、無潮点は水道の中心軸上に位置することになる。しかし、黄海の場合に無潮点は中心軸よりも中国側にあるように、必ずしも水道の中央に存在するものでない。このような無潮点の位置に代表されるような水道内における潮汐の非対称性については、Hendershott and Speranza (1971) が水道奥での逸散を考慮して、つまり、反射ケルビン波の持つエネルギーが入射ケルビン波よりも小さい場合の重ね合わせによって生じることを示した。また、Rinecker and Teubner (1980) は、底摩擦によるエネルギー逸散を考慮している。黄海を対象とした研究としては、Kang (1984) の詳しい研究がある。この研究では、黄海から渤海に流出するエネルギーという形でエネルギー逸散を考えて、その場合のエネルギー逸散の大きさに応じてできる無潮点の位置と現実との比較から黄海の潮汐に対して渤海が存在することの影響がどれほど大きいかを論じている。

Brown (1973) は、ポアンカレ波の存在によって無潮点の位置が中心軸からはずれることを示しているが、水道の形状によってはポアンカレ波が存在できる周期が短くなるため、潮汐の周期には当てはまらないことが多い。したがって、水道内の潮汐の中心軸に対しての非対称性は、主にエネルギー逸散が原因だと考えられている。

しかし、Hendershott and Speranza (1971) も示唆しているように、海底地形の非対称性によって一方向に

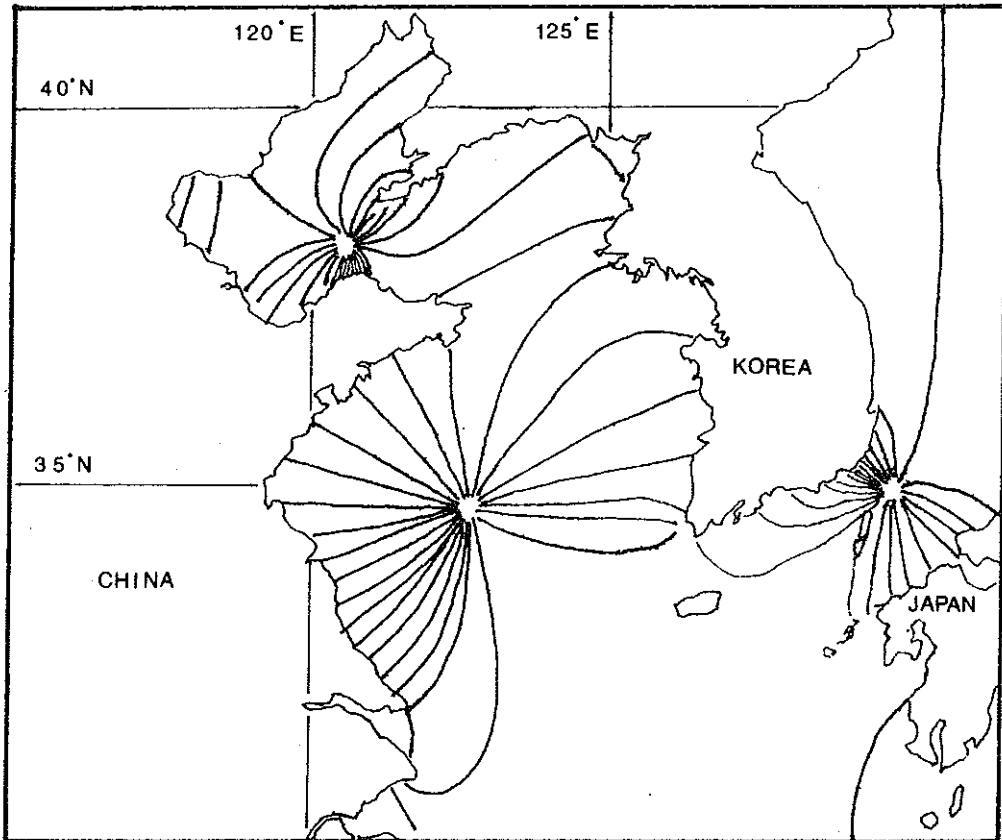


Figure 2. Co-tidal chart of diurnal tide in the Yellow Sea (after Ogura, 1933).

進むケルビン波の形状は、逆方向に進むものとは異なってくるため、両者のエネルギーフラックスが同じであったとしても、無潮点の位置は中心軸上からずれる。

第1図、第2図の同時潮図をみると、黄海に存在する無潮点は日周潮に比べて半日周潮のほうが黄海の中心から離れて中国大陸側に偏っている。もしも、黄海の海底地形が水平ならば、日周潮よりも半日周潮の逸散が大きいだけであると単純に考えられる。しかし、黄海の海底地形は中心軸に対して対称でなく、朝鮮半島側が深くなっており(第3図)、この海底地形の非対称性が無潮点の位置に影響を及ぼしている可能性がある。次節においては、黄海の海底地形を考慮して、ケルビンモード波の解を求めて、その解から周期によって黄海の無潮点の位置の違いが生じることを示す。第3節では、海底地形の非対称性を階段状地形で表現して、その地形の非対称性がケルビンモード波の解に与える影響を調べる。

## 2. 黄海におけるケルビン波

黄海の入口付近の横断線(第3図, line A)の海底地形(第4図)を持ったx軸方向に伸びる幅550kmの水道(X軸方向には水深は変化しない)でのケルビンモード波の解を求める。以下に示すf面での線型長波方程式を用いる。

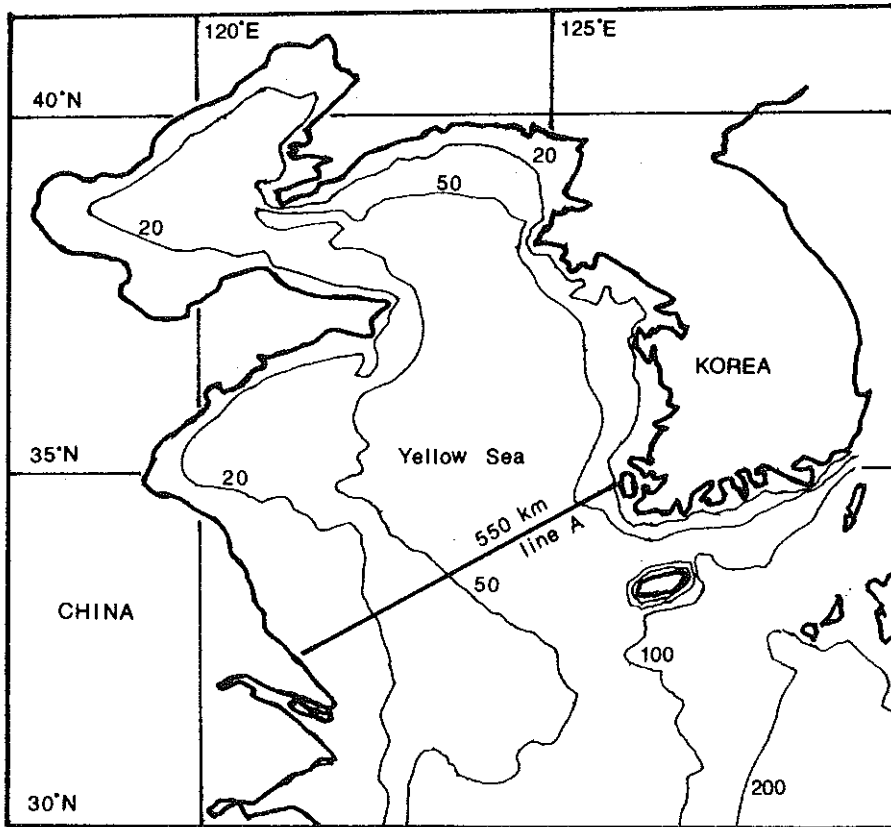


Figure 3. Bottom topography of the Yellow Sea. The unit of the depth is meters.

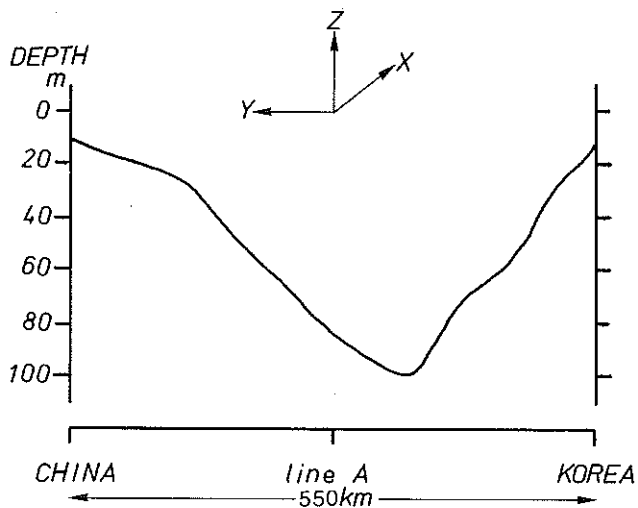


Figure 4. Bottom relief of cross-channel section near the entrance of the Yellow Sea (line A, fig. 3), in meters.

The width of this section is 550km.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - f v &= -g \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + f u &= -g \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial H u}{\partial x} + \frac{\partial H v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

$f$ ,  $g$ はそれぞれコリオリの係数と重力加速度,  $H$ :水深,  $\xi$ :水位,  $u$ ,  $v$ :  $x$ ,  $y$ 軸方向の流速。コリオリの係数については黄海の位置する緯度を考慮して $8.0 \times 10^{-5} \text{sec}^{-1}$ とした。 $x$ 軸方向に進行する波動解を仮定して,  $\frac{\partial}{\partial t} = -i\sigma$ ,  $\frac{\partial}{\partial x} = ik$  ( $i$  = 虚数単位,  $\sigma$  = 角振動数,  $k = x$  方向の波数) として, (2.1) 式から  $u$ ,  $v$  を消去すると,

$$\frac{d}{dy} \left( H \frac{d\xi}{dy} \right) = \left( \frac{f^2 - \sigma^2}{g} + k^2 H - \frac{f k dH}{\sigma dy} \right) \xi \tag{2.2}$$

境界条件は, 陸岸を横ぎる流速が無いという条件,

$$v = 0 \quad \text{at coast} \tag{2.3}$$

用いる。

(2.2), (2.3) 式から Caldwell etc. (1972) と同様の方法を使ってケルビンモード波の解を求めた。その結果は, 第5図に示した。第5図の太線は紙面から向こうに進む波, つまり, 黄海を北上する波の水位の振幅の断面分布を示し, 細線は紙面からこちらに進む (黄海を南下する) 波の水位の振幅を表示している。振幅の大きさは北上する波の朝鮮半島の振幅を1とし, 南下する波は北上する波と同じエネルギーフラックスを持つ振幅を示している。すなわち, 北上したケルビンモード波がエネルギー逸散なしに反射してケルビンモード波として戻ってきた時の振幅である。したがって, エネルギー逸散が全く無く, 潮汐がケルビンモード波だけで構成されている場合, 第5図の太線と細線の交点 (図中の黒丸) が無潮点となる。

第5図では周期による無潮点の位置のずれを見るために, 日周潮帯 (第5図では,  $\sigma = 7 \times 10^{-5} \text{sec}^{-1}$ ) と半日周潮帯 ( $\sigma = 1.4 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1}$ ) の周期の波だけでなく, それよりも長い周期 ( $\sigma = 4 \times 10^{-5} \text{sec}^{-1}$ ) を持つ波の振幅と, 短い周期 ( $\sigma = 2 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1}$ ) の振幅も示した。一見して明らかなように, 周期が短くなるにつれて無潮点の位置は中国大陸に近づいている。この傾向は黄海において日周潮の無潮点が半日周潮よりも中心に近いところにあるとことと一致している。つまり, 黄海における潮汐の無潮点の位置に対して, 海底地形の非対称性は大きな影響を及ぼしているのである。

また, 第5図では日周潮の場合, 北上する波と南下する波の交点は水道の中心軸よりも朝鮮半島側に位置している。したがって, 日周潮では無潮点がたとえ中心軸上に存在してもエネルギーの逸散があることになる。第5図の計算結果から求めると入射波エネルギーフラックスの約8割の反射波を重ね合わせれば, 無潮点の位置は中心軸上になる。つまり, 入射波の20%のエネルギー逸散があれば無潮点が中心軸上に位置することになる。

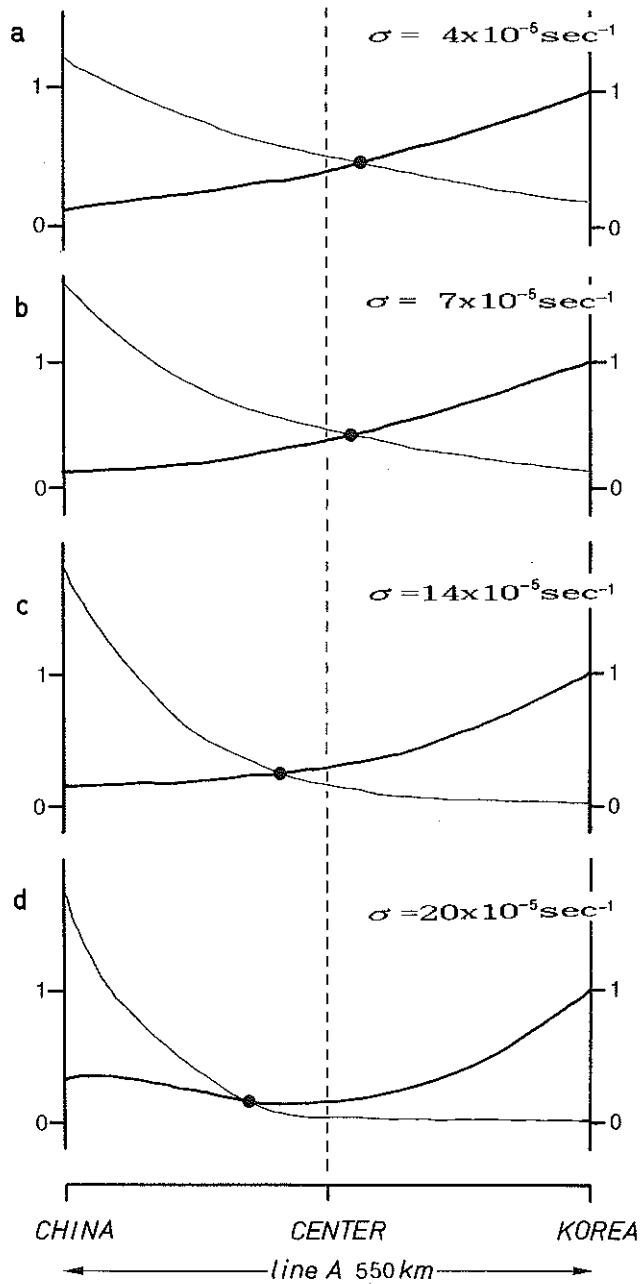


Figure 5. Sea surface elevation vs. cross-channel section (line A) in the Yellow Sea.

Thick lines show sea surface elevation for northward travelling Kelvin-mode waves. The value is normalized to one at Korean coast.

Thin lines show elevation for southward travelling Kelvin-mode wave whose energy fluxes are the same as those of northward travelling waves of the same frequency.

• denotes amphidromic points when there is no energy loss of incident Kelvin-mode wave in the Yellow Sea.

### 3. 階段状海底地形を持つ水道を進行する長波

前節では中心軸に対して非対称な地形を持つ黄海のような水道においては、ケルビンモード波の振幅の断面分布が周期や波の進行方向によって違いが生じ、そのことから潮汐周期による無潮点の位置の違いが生まれることを示した。この波の形状の違いがどのようにして生まれるのかを見るために、第6図に示した階段状地形によって海底地形の非対称性を表現した幅550kmの水道を進行する線型長波について調べる。

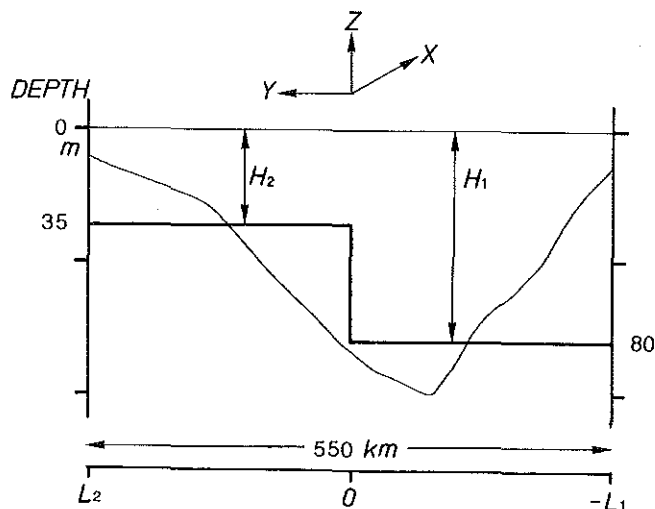


Figure 6. Single step bottom relief which is used for estimation of dispersion relations in Section 3. The widths of both steps are the same ( $L_1=L_2=225\text{km}$ ). Thin line is the same as fig. 4 (real bottom relief of line A).

水深が一定の場合、(2.2)式は、

$$\frac{d^2 \xi_j}{d y^2} = 1 \frac{1}{2} \xi_j, \quad 1 \frac{1}{2} = \frac{f^2 - \sigma^2}{g H_j} + k^2, \quad j = 1, 2 \quad (3.1)$$

となる。

いま、水道の中心軸の位置を  $y = 0$  とし、そこで水深の変化する海底地形 (第6図) を考える。深い側の水深  $H_1 = 80\text{m}$ 、浅い側の水深  $H_2 = 35\text{m}$ 、幅  $L_1, L_2$  は共に  $225\text{km}$  であるとする。コリオリの係数は前節と同じ数値を用いて、両側でそれぞれ(2.2)式を解き、以下の境界条件を満たす解を求める。

両岸の境界条件は、(2.3)式と同じで横ぎる流速が無いという条件、

$$v = 0, \quad \text{when } y = -L_1, L_2 \quad (3.2)$$

$y = 0$  では、水位と流量が連続であるという条件、

$$\xi_1 = \xi_2$$

$$H_1 v_1 = H_2 v_2 \quad \text{when } y = 0 \quad (3.3)$$

を用いる。

(3.1)式より,  $l_2^2 > 0$ の時の解は,

$$\xi_j = A_j e^{i l_j y} + B_j e^{-i l_j y} \quad (3.4)$$

の指数解となる ( $A_j, B_j$ は定数)。一方,  $l_2^2 < 0$ の時,

$$\xi_j = A_j \cos i l_j y + B_j \sin i l_j y \quad (3.5)$$

となるが, (3.2)の境界条件を満たす水道を進行する波としてポアンカレ波を求めることができる。その解は,  $j = 2$ の時,

$$\begin{aligned} \xi_2 &= C_2 \cos(l_2(y - L_2) - \phi_{v2}) \cos(kx - \sigma t) \\ U_2 &= \frac{\sqrt{\sigma^2 k^2 + f^2 l_2^2}}{\sigma^2 - f^2} g C_2 \cos(l_2(y - L_2) - \phi_{v2} + \phi_{u2}) \cos(kx - \sigma t) \\ V_2 &= \frac{\sqrt{\sigma^2 k^2 + f^2 l_2^2}}{\sigma^2 - f^2} g C_2 \sin(l_2(y - L_2)) \\ \phi_{v2} &= \tan^{-1} \frac{-f k}{\sigma l_2}, \quad \phi_{u2} = \tan^{-1} \frac{f l_2}{\sigma k}, \quad C_2: \text{定数} \end{aligned} \quad (3.6)$$

となる (宮田, 1974)。

したがって,

$\sigma^2 > g H_1 k^2 + f^2$ の時, 両側ともポアンカレ波の解を持ち, (3.2), (3.3)の境界条件から分散関係は,

$$\begin{aligned} H_1 \sqrt{\sigma^2 k^2 + f^2 l_1^2} \sin(-l_1 L_1) \cos(-l_2 L_2 - \phi_{v2}) \\ - H_2 \sqrt{\sigma^2 k^2 + f^2 l_2^2} \sin(l_2 L_2) \cos(l_1 L_1 - \phi_{u1}) = 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

$g H_1 k^2 + f^2 > \sigma^2 > g H_2 k^2 + f^2$ の時,  $y \geq 0$ でポアンカレ波,  $y \leq 0$ で指数解となり, 分散関係は,

$$\begin{aligned} H_1 (f k - \sigma l_1) (1 - E_1) \cos(l_2 L_2 - \phi_{v2}) \\ + H_2 \left( 1 - \frac{f k - \sigma l_1}{f k + \sigma l_1} E_1 \right) \sqrt{\sigma^2 l_2^2 + f^2 k^2} \sin(-l_2 L_2) = 0, \quad E_1 = e^{2l_1 L_1} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$g H_2 k^2 + f^2 > \sigma^2$ の時, 両側とも指数解となり, 分散関係は,

$$\begin{aligned} H_1 (f^2 k^2 - \sigma^2 l_1^2) (1 - E_1) \left\{ f k + \sigma l_2 - (f k - \sigma l_2) E_2 \right\} \\ - H_2 (f^2 k^2 - \sigma^2 l_2^2) (1 - E_2) \left\{ f k + \sigma l_1 - (f k - \sigma l_1) E_1 \right\} = 0, \quad E_2 = e^{-2l_2 L_2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

となる。

これら(3.7), (3.8), (3.9)式によって得られた分散関係が第7図である。第7図で注目すべきことは, Xの正の方向に進む(深い側を右にして進む)ケルビンモードの波 ( $N=0$ :  $N$ は節の数)の分散曲線の傾きが周期が長いところと短いところでは異っていることである。第8図には, このモード波の振幅の断面分布を示した。周期が長いと深い側の振幅が大きいのに対して, 周期が短くなると浅い側の振幅が逆に大きくなっ



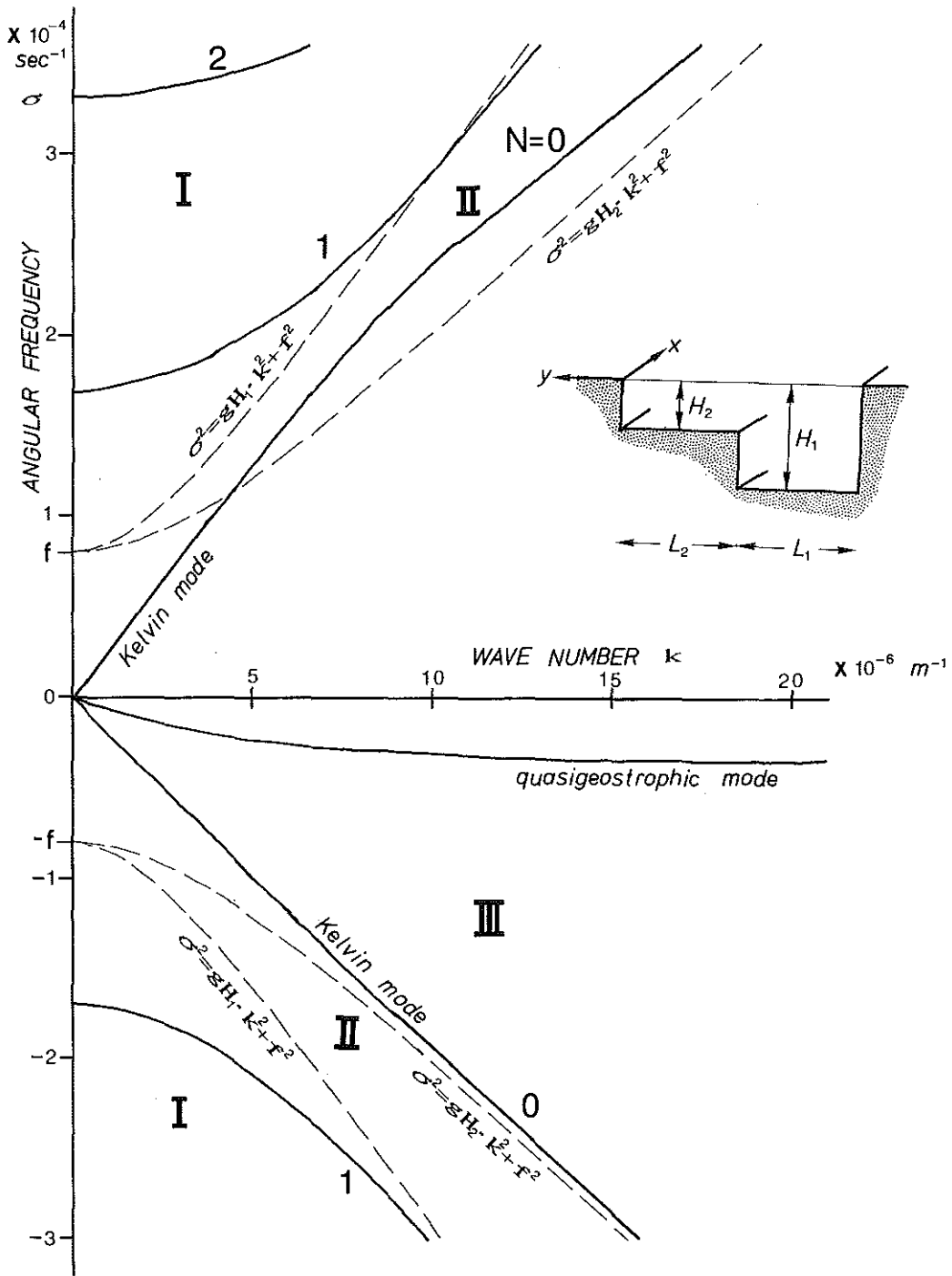


Figure 7. Dispersion relations for shallow water waves travelling in the channel whose bottom relief is single step structure (shown in fig.6).  $f = 8.0 \times 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$ ,  $L_1 = L_2 = 225 \text{ km}$ ,  $H_1 = 80 \text{ m}$ ,  $H_2 = 35 \text{ m}$ . In region I, dispersion curves are given by equation (3.7). In II and III, they are given by (3.8) and (3.9), respectively.

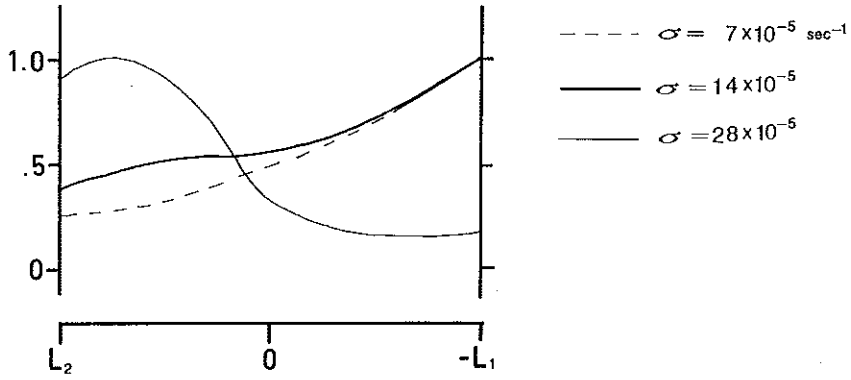


Figure 8. The cross-channel profiles of Kelvin-mode waves which propagate with the deeper water on their right. The amplitude of unity for each wave is the maximum value in the cross-channel section.

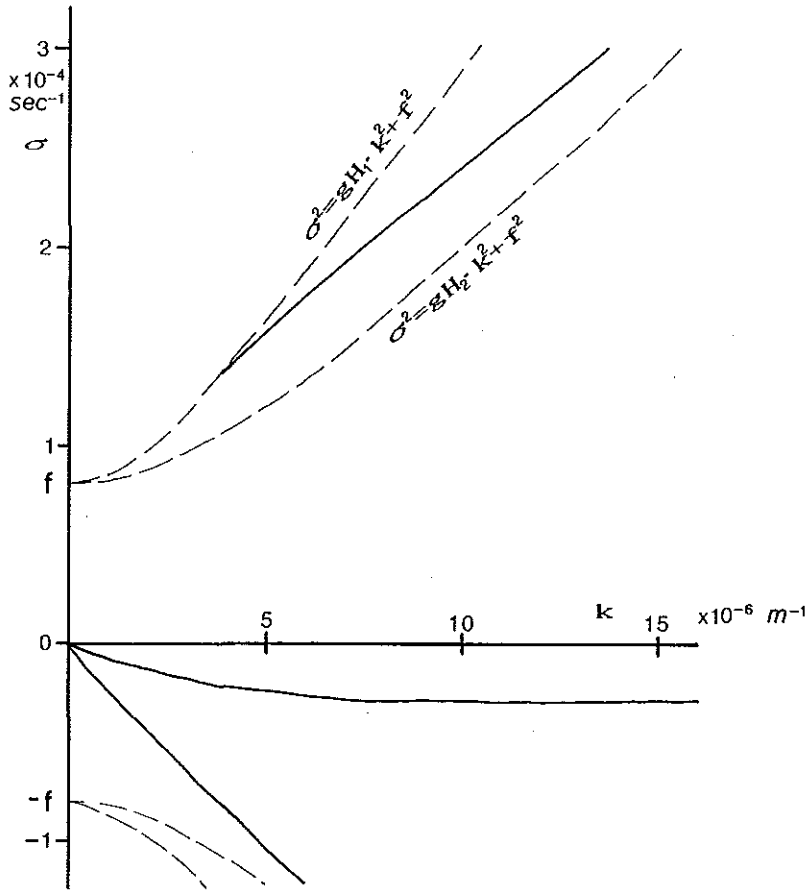


Figure 9. Dispersion relations for shallow water waves when  $L_1 = \infty$ ,  $L_2 = 225 \text{ km}$ . Other parameters are the same as the case of fig.7.

ている。つまり、このモード波は長い周期ではケルビン波的な振舞をするのに対し、短い周期ではエッジ波的になるのである。

第9図は、浅い側だけに岸が存在し、深い側の海はY方向に無限に続くとした場合、つまり、 $L_1 = \infty$ の場合の分散関係である。 $L_2$ の長さなど他の条件は第7図の場合と全くかわらない。なお、 $L_1 = \infty$ であるので、放射条件、

$$\xi_1 \rightarrow 0 \quad \text{as } y \rightarrow -\infty \quad (3.10)$$

すなわち、(3.4)式において、

$$B_1 = 0 \quad (3.11)$$

を用いている。

また、第10図は第9図と逆に浅い側に境界がない場合、つまり、 $L_2 = \infty$ の場合の分散関係である。これも同様に放射条件、

$$\xi_2 \rightarrow 0 \quad \text{as } y \rightarrow \infty \quad (3.12)$$

すなわち、(3.4)式において、

$$A_2 = 0 \quad (3.13)$$

を用いている。

X方向に進む波の場合、第9図にはエッジ波が、第10図にはケルビン波のモード波が現れている。これら

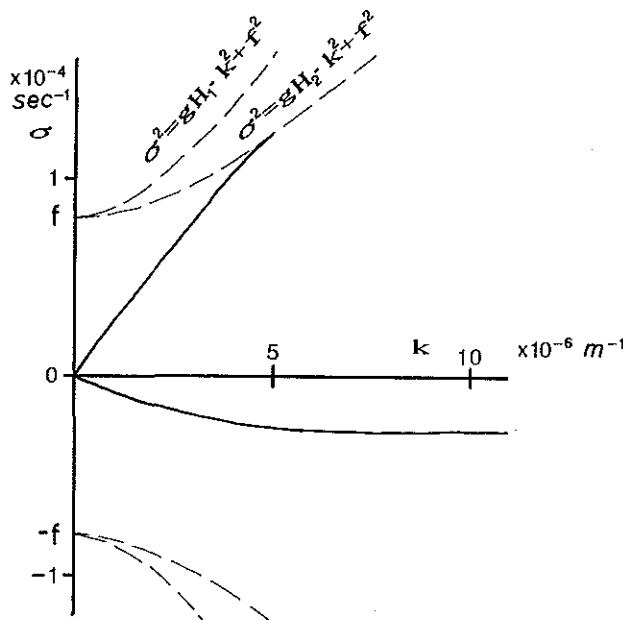


Figure 10. Dispersion relations for shallow water waves when  $L_1 = 225\text{km}$ ,  $L_2 = \infty$ . Other parameters are the same as the case of fig.7.

の図と第7図とを比較すると明らかなように、第7図の $N=0$ のモードの分散曲線は第10図のケルビン波から第9図のエッジ波へと移っていく。

また、第7図の高次モードはそれぞれ分散曲線が $\sigma^2 = g H_1 k^2 + f^2$ に交わる付近においては、水深の浅い側に節を持ってはいるが、深い側の振幅が大きくなっており、ケルビン波のような振幅分布になっている。それに対して、周期が短くなると、浅い側の振幅が大きくなりエッジ波になる。つまり、ケルビン波とエッジ波 ( $N=1, 2, \dots$ ) の相互作用によって、第7図の分散関係が成立しているのである。

一方、 $X$ の負の方向に進む波の場合は、周期の長短によらず、浅い側でも指数解を持つケルビンモードの波 ( $N=0$ ) の解が存在する。しかし、振幅の断面分布を見ると、周期が短くなるにつれて深い側の振幅に対して浅い側の振幅の割合が大きくなっていく。例えば、 $\sigma = 2 \times 10^{-6} \text{sec}^{-1}$ の時、 $Y=L_2$ における振幅は $Y=L_1$ の振幅の4.4倍であるのに対し、 $\sigma = 2 \times 10^{-4} \text{sec}^{-1}$ になるとその値は19.5倍となる。

以上のように、中心軸に対して非対称な海底地形を持つ水道においては、どちらの方向に進行する波についても周期が長くなるにつれて、水深の浅い側の陸岸に捕捉される割合が大きくなっていく。但し、同じ周期の場合でも、浅い側を右にして進む波のほうがその割合は大きい。このことによって、水道内を両方向に進行する同じ周期の同じエネルギーフラックスを持ったケルビンモードの波を重ね合わせた場合、振幅が一致する点が周期が短いほど浅い側に偏ることが生じる。

#### 4. 結 語

水道内における無潮点の位置を決定する最大の要素は、摩擦によるエネルギーの逸散であると考えられている。黄海の潮汐を例にとってみても、波長が短いためにエネルギー逸散が日周潮よりも大きいと考えられる半日周潮の無潮点が、日周潮のそれよりも中国大陸により近いところに現れるという事実は、上の無潮点の位置を決定する最大の要素がエネルギー逸散であるという考えを支持していると思われる。

しかしながら、海底地形の非対称性が黄海で大きく、それが潮汐の伝播に影響を及ぼすことも考えられる。そこで、本論文では海底地形が非対称な水道内を進行するケルビンモードの波について考察した。その結果、ケルビンモードの波は進行方向にかかわらず周期が短くなるにつれて、水深の浅い側の振幅が深い側に対して大きくなっていくことがわかった。特に、北半球において水道の深い側を右にして進行する波についてはケルビン波とエッジ波との相互作用によってそのことが生じるという興味深い結果を得た。そして、この周期が短くなるほど浅い側の振幅が大きくなるという効果が、黄海においては半日周潮の無潮点を日周潮よりも中国側に偏らせることを示した。

したがって、エネルギー逸散と並んで海底地形の非対称性も無潮点の位置に対して影響を与えていると充分に考えられ、水道内の潮汐やそのエネルギー逸散を評価する際に水平な海底地形で考えて、中心軸に対する非対称性を無視することは誤った結論を導く危険性もありうると思われる。

#### 参 考 文 献

- Brown, P. J. : Kelvin-wave Reflection in a Semi-infinite Canal, J. Mar. Res., 31, p. 1-10. (1973)  
 Caldwell, D. R. et. al : Some Model Experiments on Continental Shelf Waves, J. Mar. Res., 30, p. 39-55. (1972)  
 Choi, B. H. : A Tidal Model of the Yellow Sea and the East China Sea, KORDI Rep. 80-02, Korea Ocean

Research and Develop Institute, 72p.(1980)

Hendershott, M. C. and A. Speranza : Co-oscillating Tides in long, Narrow Bays; the Taylor Problem Revisited, *Deep-Sea Res.*, 18, p. 959-980.(1971)

Kang, Y. Q. : An Analytic Model of Tidal Waves in the Yellow Sea, *J. Mar. Res.*, 42, p. 473-485,(1984)

宮田 元靖 : 長周期波, 海洋物理学 I, 東京大学出版会, p. 93-130,(1974)

Ogura, S : The Tides in the Seas Adjacent to Japan, *Hydrogr. Bull. Dep. Imp. Jap. Navy*, p. 1-189.(1933)

Rieneker, M. M. and M. D. Teubner : A Note on Frictional Effects in Taylor's Problem, *J. Mar. Res.*, 38, p.183-191.(1980)